



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO

CENTRO UNIVERSITARIO UAEM VALLE DE MÉXICO

**VOLATILIDAD DEL TIPO DE CAMBIO FIX EN MÉXICO.
ESTRUCTURAS GARCH ASIMÉTRICAS (2000-2023)**

TESIS

Que para obtener el Título de

LICENCIADO EN ACTUARÍA

Presenta

**C. MARCO FERNANDO GONZÁLEZ SÁNCHEZ
C. JESÚS ROBERTO LÓPEZ PERALTA**

Asesor: DR. en E. EDUARDO ROSAS ROJAS

Atizapán de Zaragoza, Edo. de Méx. Enero 2024



VALLE DE MÉXICO

ÍNDICE

Introducción	1
Capítulo 1 Evolución del Sistema Monetario Internacional y el Tipo de cambio nominal en México.....	4
1.1 Introducción	4
1.2 Regímenes cambiarios en México	7
1.2.1. Paridad Fija (1954 a1976).....	8
1.2.2 Sistema de flotación controlada (1976 a 1982).....	9
1.2.3 Sistema cambiario múltiple, control generalizado de cambios y control de cambios (1982 a 1985).....	10
1.2.4 Flotación regulada (1985 a 1991)	11
1.2.5 Bandas cambiarias con desliz controlado (1991 a 1994)	12
1.2.6 Libre flotación (1994 a la fecha)	12
1.3 Estimación de la volatilidad del tipo de cambio nominal y la Evidencia empírica para México.	13
1.3.1 Modelos GARCH Univariados	16
1.3.2 Modelos GARCH Multivariados	18
1.4 Conclusiones.....	20
Capítulo 2 Fundamento teórico de las series de tiempo financieras.....	22
2.1 Introducción	22
2.2 Definiciones de Series de tiempo financieras.....	24
2.2.1 Series de tiempo estacionarias.....	31
2.2.2 Correlación y Funciones de autocorrelación simple y parcial	33
2.2.3 Pruebas de raíz Unitaria (DF, DFA, PP)	34
2.2.3.1 Prueba Dickey-Fuller (DF).....	35
2.2.3.2 Prueba Dickey-Fuller Aumentada (DFA).....	38
2.2.3.3 La prueba Phillips-Perron (PP).....	39
2.2.4 Caminata Aleatoria, Ruido blanco y series de tiempo lineales.....	39
2.3 Metodología Box Jenkins	44
2.3.1 Modelos Autorregresivos Simples (AR).....	44
2.3.2 Modelos de Medias Móviles Simples (MA)	47
2.3.3 Modelos Autorregresivos y de Medias Móviles (ARMA)	49
2.3.4 Modelos Autorregresivos Integrado y de Medias Móviles (ARIMA).....	50
2.4 Identificación, estimación, diagnóstico y pronóstico de una serie de tiempo	52
2.5 Conclusiones.....	53
Capítulo 3 Modelos de heterocedasticidad condicional	55
3.1 Introducción	55
3.2 Hechos estilizados de las variables financieras	57
3.3 Estructura y construcción de un modelo de volatilidad.....	67
3.3.1 Pruebas de efectos ARCH	69
3.4 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva	72
3.4.1 Propiedades de los modelos ARCH.....	73
3.4.2 Ventajas y debilidades de los modelos ARCH.....	75
3.5 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada.	76
3.5.1 Propiedades de los modelos GARCH.....	77
3.5.2 El método de estimación de dos pasos.....	79
3.5.3 Los modelos GARCH en el pronóstico y la simulación.	80
3.6 Familias de Modelos GARCH	82
3.6.1. Modelos GARCH simétricos y asimétricos.....	83
3.6.2 Modelos GARCH-M.....	85

3.6.3 Modelos GJR-GARCH.....	87
3.6.4 Modelos E-GARCH	88
3.6.5 Evidencia empírica para América Latina y México.....	90
3.6.6 Métodos de estimación: Máxima Verosimilitud.....	90
3.7 Conclusión.....	91
Capítulo 4. Estimación del tipo de cambio empleando modelos GARCH simétricos y Asimétricos.....	94
4.1 Introducción	94
4.2 Análisis previo de los datos	96
4.2.1 Estacionariedad	103
4.2.2 Cambio estructural	107
4.3 Modelo ARIMA para los rendimientos del tipo de cambio FIX.....	109
4.3.1 Prueba de efectos ARCH.....	113
4.4 Modelos GARCH simétricos y asimétricos para los rendimientos del tipo de cambio FIX	114
4.4.1 Distribución Normal, t-Student, y Distribución de Errores Generalizados.....	116
4.4.2 Pruebas de Asimetría para los modelos de volatilidad condicional	119
4.4.3 Curvas de impacto y la dinámica de la volatilidad condicional	122
4.5 Resumen de los resultados	124
4.6 Conclusiones.....	128
Referencias	131

FIGURAS

Figura 1.1 Revisión histórica de los regímenes cambiarios en México	8
Figura 2.1. Producción mensual de cerveza en Australia (1956 a 1995).....	26
Figura 2.2. Ganancias trimestrales por acción de Johnson & Johnson, 84 trimestres, (1960-I a 1980-IV)	27
Figura 2.3. Variaciones de la temperatura global promedio anual (1880-2017) en grados centígrados	28
Figura 2.4. Ventas semanales de Walmart (2000-2012)	29
Figura 2.5. Simulación de ruido	30
Figura 2.6. Comparación gráfica de la distribución normal, t-student y tau	37
Figura 2.7. Simulación de caminata aleatoria.....	41
Figura 2.8. Ejemplo de ruido blanco aplicando primera diferencia a una caminata aleatoria (simulación).....	43
Figura 2.9. Ejemplo proceso AR(1) con $\alpha = 0.90$ (simulación).....	46
Figura 2.10. Ejemplo proceso AR(1) con $\alpha = 0.30$ (simulación).....	46
Figura 2.11. Ejemplo proceso MA(1) con $\theta = 0.70$	48
Figura 2.12. Ejemplo proceso MA(1) con $\theta = -0.70$	49
Figura 3.1. IPC de México de 1992-2021.....	59
Figura 3.2. Rendimiento diario del IPC de México de 1992-2021.....	60
Figura 3.3. T-bill rate a 3 meses de 1962-2022.....	61
Figura 3.4. Euro, Libra esterlina y Franco suizo respecto al dólar de 2000-2013.....	63
Figura 3.5. Índices DAX y S&P 500 en dólar.....	65
Figura 3.6. Precio de las acciones de Coca-Cola en dólar.....	66
Figura 3.7 Logaritmo del tipo de cambio Estados Unidos/Reino Unido con datos mensuales para 1971- 2007	71
Figura 4.1. Evolución de la serie tipo de cambio USD MXN (2000 – 2024).....	102
Figura 4.2 Función de autocorrelación simple y parcial.....	104
Figura 4.3 Prueba Dickey-Fuller (DF), Prueba Dickey-Fuller Generalizada (GLS-DF) y Prueba Phillips- Perron (PP).....	105
Figura 4.4. Evolución de volatilidad para la serie tipo de cambio USD MXN.....	106
Figura 4.5. Distribución de la serie tipo de cambio USD MXN.....	106
Figura 4.6. Comparación distribución normal vs distribución de la serie tipo de cambio USD MXN ..	107
Figura 4.7 Resultados del algoritmo Automatic ARIMA Forecasting.....	110
Figura 4.8. Resumen resultados prueba Automatic ARIMA Forecasting.....	111
Figura 4.9. Resumen de resultados sobre prueba efectos ARCH.....	114
Figura 4.10. Resumen de estimación sobre modelos ARCH y GARCH	116
Figura 4.11. Resumen de estimación sobre modelos GARCH univariados con distribuciones Normal, T- Student, GED	118
Figura 4.12 Pruebas de Asimetría para los modelos de volatilidad condicional.....	119
Figura 4.13. Resumen de estimación sobre modelos GARCH asimétricos.....	121
Figura 4.14. Curvas de impacto	123
Figura 4.15 Prueba de Efectos ARCH sobre modelo GJR-GARCH.....	124

Introducción

En una era caracterizada por la globalización y la adopción generalizada de regímenes de tipo de cambio flexibles en las economías en desarrollo, el análisis de la volatilidad en los tipos de cambio ha ganado un protagonismo creciente en la agenda de investigadores y responsables de la formulación de políticas económicas en las últimas décadas. La alta variabilidad en los tipos de cambio se vislumbra como un factor de relevancia, con potenciales repercusiones que impactan significativamente en el comercio internacional, los flujos de capital y el bienestar económico general de las naciones (Asseery y Peel, 1991).

Asimismo, se debe reconocer la importancia crucial de comprender el comportamiento de los tipos de cambio en México, derivados de las fluctuaciones bruscas o impredecibles que, a su vez inciden en los costos de importación y exportación de los precios de los bienes y servicios en el país. Esto puede afectar la inflación y la estabilidad de precios, así como la competitividad de las empresas mexicanas en los mercados internacionales. También puede influir en las decisiones de inversión de las empresas extranjeras en México y de las empresas mexicanas en el extranjero. Otro aspecto por considerar es que la volatilidad del tipo de cambio puede representar un riesgo financiero para el gobierno, empresas, bancos y particulares que tienen exposición a activos o deudas denominados en monedas extranjeras. La incapacidad para gestionar este riesgo puede llevar a pérdidas financieras significativas. Finalmente, la volatilidad puede dificultar la planificación y ejecución de acuerdos comerciales y contratos a largo plazo, lo que puede perjudicar a las empresas que dependen del comercio exterior.

En este contexto, se advierte un interés notable por parte de investigadores, partes interesadas y responsables de políticas en la exploración y el entendimiento de la naturaleza de la volatilidad en las tasas de cambio. Este conocimiento resulta esencial para el diseño de políticas destinadas a mitigar los efectos adversos de la volatilidad cambiaria. Como resultado, se ha observado el desarrollo de diversas estructuras, que parten desde el modelo de heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) de Engle (1982), considerando de igual forma la estructura propuesta por Bollerslev (1987) quién introduce la noción de que la varianza condicional no solo está vinculada a los cuadrados de las perturbaciones (siguiendo el enfoque de Engle (1982)), sino que también incorpora dependencia de las varianzas condicionales de períodos previos. En una etapa posterior,

Nelson (1991) introduce los modelos EGARCH, los cuales abordan algunas de las limitaciones identificadas en los modelos GARCH, especialmente al considerar el comportamiento asimétrico, una característica distintiva en la mayoría de las series de tiempo financieras (Enders, 2015). Estos modelos han sido diseñados con la intención de capturar diversas características de la volatilidad. Algunos se enfocan en modelar el "agrupamiento de volatilidad", otros se centran en capturar el "efecto de apalancamiento"; mientras que otros tantos se encargan de identificar la "correcta distribución" que deben seguir los errores condicionales.

Es importante resaltar que la comunidad investigadora ha llegado a un consenso amplio respecto a la insuficiencia de suponer una distribución normal para los errores al modelar la volatilidad, ya que se ha evidenciado que, debido al incremento de la curtosis y el aumento en la frecuencia de los datos, las tasas de retorno en variables financieras o macroeconómicas, como los tipos de cambio, pueden exhibir una distribución de cola gruesa, según lo señalado por Mandelbrot (1963). Por lo tanto, resulta imperativo no suponer la normalidad en la distribución de los errores al llevar a cabo pronósticos de volatilidad basados en dichos modelos.

El objeto de estudio de esta investigación se enfoca en el análisis de la volatilidad del tipo de cambio FIX, que se refiere a una tasa de cambio fija o establecida por el banco central, en el contexto de la globalización y los regímenes de tipo de cambio flexibles en México. El tema de la volatilidad en los tipos de cambio ha cobrado una relevancia creciente en el ámbito económico y financiero debido a la interconexión global y a la transición hacia regímenes de tipo de cambio más flexibles. En este contexto, la relación entre el peso mexicano y el dólar estadounidense es de particular interés, dado el significativo comercio y flujo de capitales entre México y los Estados Unidos. Es en este contexto que el presente protocolo de investigación se esfuerza por abordar de manera apropiada el modelado y la predicción de la volatilidad en el tipo de cambio, tomando en consideración la cuestión de la suposición de la distribución de errores, y así contribuir a una comprensión más precisa de este fenómeno económico.

Los capítulos que integran este trabajo de investigación son los siguientes: En el primero se aborda la evolución del Sistema Monetario Internacional y el Tipo de Cambio Nominal en México. Se lleva a cabo una revisión histórica detallada de los regímenes cambiarios en México y se exponen las principales técnicas de estimación de la volatilidad condicional mediante modelos GARCH univariados y multivariados. En el segundo, se desarrolla el fundamento teórico de las series de

tiempo financieras. Se comienza con un abordaje de las definiciones y concepto claves de los procesos estocásticos estacionarios, así como pruebas de raíz unitaria. Además, se introduce la metodología Box Jenkins, explorando modelos autorregresivos simples, modelos de medias móviles simples y modelos autorregresivos integrados y de medias móviles (ARIMA).

El tercero desarrolla y explica los modelos de heterocedasticidad condicional, iniciando con una exploración de los principales hechos estilizados. Se presenta la estructura y construcción de un modelo ARCH, además de sus ventajas y debilidades de los modelos ARCH. Posteriormente, se introduce la categoría de modelos GARCH y sus diversas estructuras, como los modelos: GARCH-M, GJR-GARCH, E-GARCH, y se presenta evidencia empírica específica para México. Finalmente, en el cuarto capítulo se presenta el desarrollo empírico de los modelos GARCH simétricos y asimétricos en la estimación del tipo de cambio FIX en México, comenzando con el análisis previo de los datos y la evaluación de la propiedad de estacionariedad, continuando con la evaluación de la dinámica de la media y varianza condicional de la variable objeto de estudio, la identificación del fenómeno de asimetría en los rendimientos del tipo de cambio, para posteriormente identificar la distribución con mejor comportamiento para el proceso generador de datos y por último se estimaron las curvas de impacto y se analizó la dinámica de la volatilidad condicional para presentar los resultados y plantear las conclusiones.

Capítulo 1 Evolución del Sistema Monetario Internacional y el Tipo de cambio nominal en México

1.1 Introducción

La conferencia de Bretton Woods en julio de 1944 marcó un hito en la historia económica mundial, donde representantes de 44 países se reunieron para establecer un nuevo sistema monetario y cambiario internacional. Este sistema se basó en tipos de cambio fijos, con la mayoría de los países fijando el valor de su moneda en relación al dólar estadounidense, a excepción de Estados Unidos. Sin embargo, en 1973, una serie de crisis cambiarias llevó al colapso repentino del sistema de Bretton Woods, dando paso a una era de múltiples sistemas de tipos de cambio en todo el mundo (Blanchard y Ostry, 2012).

Se debe recordar que la conferencia de Bretton Woods sentó las bases para la creación de dos instituciones clave: el Fondo Monetario Internacional (FMI) y el Banco Mundial. Estas instituciones desempeñan un papel central en la gobernanza económica y financiera global, brindando asistencia financiera, promoviendo la estabilidad y proporcionando asesoramiento económico a los países miembros. Además, aunque el sistema de tipos de cambio fijos establecido en Bretton Woods fue abandonado, sentó el precedente para la cooperación internacional en materia monetaria y cambiaria. La conferencia estableció la importancia de los tipos de cambio estables y la necesidad de una coordinación entre los países para mantener la estabilidad monetaria.

El Sistema Monetario Internacional (SMI) se refiere a la estructura global que regula las relaciones monetarias entre países. Este sistema se compone de acuerdos, organismos y autoridades reconocidas internacionalmente que se encargan de supervisar las políticas monetarias y los tipos de cambio. La existencia de medios de pago, conocidos como liquidez internacional, es esencial para facilitar tanto las transacciones comerciales internacionales y los movimientos de capital transfronterizos, como las inversiones globales (Chapoy, 2001). La disponibilidad y la gestión eficiente de la liquidez internacional son aspectos cruciales que impactan en gran medida el funcionamiento del Sistema Monetario Internacional y representan un desafío constante en su operación.

La relación entre el SMI y el dinero es estrecha. El primero facilita el intercambio de diferentes monedas entre países, permitiendo la realización de transacciones comerciales y financieras a nivel global. De igual forma influye en la creación y la gestión del dinero en cada país. Por su parte, los bancos centrales desempeñan un papel crucial en la emisión de dinero y en el control de la oferta monetaria, lo que afecta la estabilidad económica y el valor de la moneda nacional. La confianza en una determinada moneda y en la estabilidad del sistema financiero global afecta la preferencia de los agentes económicos por mantener su riqueza en forma de dinero.

Cabe recordar que, el dinero¹ es la cantidad de activos que pueden utilizarse fácilmente para realizar transacciones. En concreto, los pesos en manos de los mexicanos constituyen la cantidad de dinero en México. De acuerdo con Mankiw (2014), el dinero desempeña tres funciones principales: como depósito de valor, unidad de cuenta y medio de cambio. En términos de depósito de valor, el dinero permite transferir poder adquisitivo del presente al futuro. Aunque no es perfecto en esta función, ya que la inflación puede reducir su capacidad de compra, las personas lo conservan debido a su utilidad para intercambiarlo por bienes y servicios en el futuro. Como unidad de cuenta, el dinero sirve para establecer los precios y expresar las deudas. Aunque los recursos se asignan según los precios relativos, en la práctica se utilizan unidades monetarias, como el euro, el yuan, o el peso, para indicar los precios de los bienes y las obligaciones de pago.

Dado que el dinero puede influir en diversas variables económicas de importancia para el bienestar de la economía, los líderes políticos y encargados de formular políticas económicas en todo el mundo muestran interés en la gestión de la política monetaria, que implica el control del dinero y las tasas de interés. En cada país, esta responsabilidad recae en su banco central. En el caso de México, el banco central es el Banco de México, comúnmente conocido como BANXICO.

Para el caso específico en México, las estrategias de política monetaria están diseñadas para lograr objetivos económicos clave, como la estabilidad de precios, el fomento del crecimiento económico o la confianza del público e inversionistas. De acuerdo con Mantey (2011) el Banco de México ha adoptado un esquema de Metas de Inflación que tiene dos componentes esenciales: i) un marco

¹ El dinero, también llamado oferta de dinero, se define como cualquier cosa que se acepte generalmente como pago de bienes o servicios, o para el reembolso de deudas. El dinero está vinculado con los cambios en las variables económicas que nos afectan a todos y son importantes para la salud de la economía (Mishkin, 2018).

teórico para las decisiones de política monetaria y ii) una estrategia de comunicación con el público, explicando las decisiones de política. En este esquema la tasa de interés es la variable de política que permite estabilizar el producto y abatir la inflación. Una inflación baja y estable indica que la economía opera a un nivel cercano al pleno empleo y, por tanto, es sinónimo de eficiencia económica. Otro de los instrumentos de política empleado es la intervención esterilizada del tipo de cambio es una operación donde el Banco Central altera la composición de sus activos. Por ejemplo, caen las reservas y debe subir el crédito. Este mecanismo lo realiza el Banco de México Banco mediante la acumulación de reservas y vendiendo bonos gubernamentales (Chang, 2017).

La política monetaria no solo tiene injerencia en el dinero y las tasas de interés, también puede tener un impacto significativo en el mercado de divisas. Por ejemplo, cuando un banco central decide aumentar las tasas de interés en su país, esto puede atraer inversiones extranjeras y fortalecer la demanda por la moneda local. Como resultado, el valor de la moneda puede apreciarse en el mercado de divisas. Por el contrario, una reducción de las tasas de interés puede debilitar la moneda local y depreciar su valor. La mayoría de las naciones alrededor del mundo cuentan con sus propias unidades monetarias. Por ejemplo, Estados Unidos utiliza el dólar, la Unión Monetaria Europea ha adoptado el euro, México el peso y China utiliza el yuan. Cuando se lleva a cabo comercio entre países, implica el intercambio de diversas monedas, o en términos más generales, la transferencia de depósitos bancarios denominados en diferentes unidades monetarias.

Las operaciones comerciales de monedas y de depósitos bancarios denominados en monedas en particular ocurren en el mercado de divisas. Las transacciones realizadas en el mercado de divisas determinan las tasas a las cuales se intercambian las monedas, lo que a la vez determinará el costo de comprar bienes extranjeros y activos financieros. De acuerdo con Mishkin (2018, p. 432), existen dos tipos de transacciones de tipos de cambio. Las transacciones predominantes, denominadas transacciones *spot*, que se relacionan con el intercambio inmediato (en dos días) de depósitos bancarios y las transacciones a futuro que implican el intercambio de depósitos bancarios en alguna fecha futura especificada (*forward*). El tipo de cambio *spot* es el tipo de cambio para las transacciones al contado y el tipo de cambio *forward* es el tipo de cambio para las transacciones a plazo.

Otro aspecto de suma relevancia es como determinar si una moneda está fundamentalmente subvaluada o sobrevaluada. La mayoría de la gente está familiarizada con el tipo de cambio

nominal, el precio de una moneda en referencia a otra, expresado por lo general como el precio de una divisa extranjera en el mercado nacional. Por ejemplo, si a una persona que tiene dólares le cuesta 1,36 dólares de EE.UU. comprar 1 euro, desde el punto de vista de la persona que tiene euros el tipo nominal es 0,735. Sin embargo, lo que le interesa saber al comprador de dólares o de euros, ya sea un particular o una empresa, es qué podrá adquirir con una u otra moneda (Catão, 2019).

El tipo de cambio nominal ha sido un factor fundamental en los diferentes regímenes cambiarios en México desde 1954 hasta la fecha. Ha desempeñado un papel crucial en la estabilidad económica, la inversión extranjera y la autonomía de la política monetaria. Las modificaciones a lo largo de estos años han sido un reflejo de las circunstancias económicas y políticas de México y han impactado significativamente en su desarrollo económico.

1.2 Regímenes cambiarios en México

La determinación del tipo de cambio en México ha sido un tema de gran relevancia en su historia económica. A lo largo de los años, el país ha experimentado una serie de regímenes cambiarios que han influido en la forma en que se establecen y ajustan los tipos de cambio entre el peso mexicano y otras monedas. Estos regímenes han variado desde tipos de cambio fijos hasta tipos de cambio flexibles o flotantes.

Figura 1.1 Revisión histórica de los regímenes cambiarios en México

Fecha	Régimen	Tipos de cambio	Cotizaciones	
			Inicio	Fin
19 de abril de 1954 - 31 de agosto de 1976	Paridad fija	Fijo	\$ 12.50	\$ 12.50
1 de septiembre de 1976 - 5 de agosto de 1982	Sistema de flotación controlada	Operaciones en billetes/documentos	\$ 20.50	\$ 48.79
6 de agosto de 1982 - 31 de agosto de 1982	Sistema cambiario múltiple	General	\$ 75.33	\$ 104.00
		Preferencial †	\$ 49.13	\$ 49.81
		Mex-dólar ‡	\$ 69.50	\$ 69.50
1 de septiembre de 1982 - 19 de diciembre de 1982	Control generalizado de cambios	Preferencial	\$ 50.00	\$ 70.00
		Ordinario	\$ 70.00	\$ 70.00
20 de diciembre de 1982 - 4 de agosto de 1985	Control de cambios	Controlado	\$ 95.05	\$ 281.34
		Especial	\$ 70.00	\$ 281.51
		Libre	\$ 149.25	\$ 344.50
5 de agosto de 1985 - 10 de noviembre de 1991	Flotación regulada	Controlado de equilibrio	\$ 282.30	\$ 3,073.00
		Libre	\$ 344.50	\$ 3,068.90
11 de noviembre de 1991 - 21 de diciembre de 1994	Bandas cambiarias con desliz controlado	"FIX"	\$ 3,074.03	N\$ 3.9970
22 de diciembre de 1994 - presente	Libre flotación	"FIX"	N\$ 4.8875	

*Promedio entre compra y venta. Guía: \$ = "Viejos pesos" N\$ = "nuevos pesos"
† El tipo de cambio era el mismo para la compra y para la venta.
‡ Sólo se cotizaba al tipo de cambio especificado. Únicamente estuvo vigente del 19 al 31 de agosto de 1982.

(Elaboración propia con datos obtenido de Banxico, 2015)²

1.2.1. Paridad Fija (1954 a 1976)

Durante el período comprendido entre el 19 de abril de 1954 y el 31 de agosto de 1976, México mantuvo un régimen de paridad fija en su tipo de cambio. Bajo este régimen, el valor del peso mexicano se fijó de manera constante en relación con el dólar estadounidense. Antes de la implementación de este régimen, el dólar había cotizado de manera relativamente estable alrededor de 8.65 pesos por dólar (Banxico, 2009). Los regímenes de paridad fija a menudo se utilizan para reducir la volatilidad del tipo de cambio y brindar estabilidad a las transacciones comerciales e

² Extraído de: Banxico (2015). Informe Trimestral, Octubre-Diciembre 2014. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-trimestrales/%7BE76E04A5-6E6A-5601-A1A8-F517465D509F%7D.pdf>

inversiones extranjeras. Sin embargo, también pueden requerir intervenciones significativas por parte de la autoridad monetaria para mantener el tipo de cambio en su nivel deseado.

El tipo de cambio fijo proporciona un anclaje nominal creíble para la política monetaria, lo que a su vez respalda la estabilidad de los precios. La autoridad goza de una mayor credibilidad en lo que respecta a su compromiso con la estabilidad de los precios en los regímenes de tipo de cambio fijo, mientras que lo contrario sucede en los regímenes de tipo de cambio flotante. Por otro lado, la implementación de un tipo de cambio fijo implica la renuncia a la autonomía de la política monetaria, mientras que, en los sistemas de tipo de cambio flotante, esta autonomía se mantiene (Nudelsman, 2017). La autonomía monetaria es una herramienta poderosa que brinda la flexibilidad necesaria para enfrentar desafíos tanto internos como externos. La paridad fija de 12.50 pesos por dólar, que se mantuvo en vigor durante más de dos décadas, hasta el 31 de agosto de 1976, fue un elemento fundamental en el régimen cambiario de México durante ese período.

1.2.2 Sistema de flotación controlada (1976 a 1982)

Las autoridades se vieron obligadas a tomar la decisión de abandonar este tipo de cambio fijo en favor de un sistema de flotación controlada, también conocido como flotación manejada, debido a una serie de desafíos económicos y financieros que afectaron significativamente al país. Esta transición marcó un hito en la historia económica de México. De acuerdo con el informe anual de banco central de 1976, el entorno en el que se tomó esta decisión fue complejo y desafiante. México enfrentaba un elevado déficit público y una insuficiencia de producción interna que resultaron en aumentos en la tasa de inflación y un creciente déficit en la cuenta corriente (Banxico, 1976). Estos desequilibrios económicos generaron preocupación en las autoridades, ya que amenazaban la estabilidad económica del país.

En este contexto, los agentes económicos, incluyendo inversores y ciudadanos, comenzaron a convertir sus activos financieros en moneda nacional por activos en moneda extranjera, anticipando una posible depreciación del peso mexicano. Además, las condiciones de inestabilidad económica global contribuyeron a las presiones sobre el tipo de cambio (Acosta et al., 2023). Esta transición al régimen de flotación controlada, que permitía que el tipo de cambio se ajustara en respuesta a las fuerzas del mercado con la intervención ocasional de las autoridades, marcó un cambio significativo en la política cambiaria de México.

A fines de 1981, se desencadenó un período de inestabilidad económica como resultado de un aumento en el índice de precios al consumidor y, en particular, debido a la declinación en los valores del crudo y sus consiguientes repercusiones adversas en las finanzas gubernamentales (Acosta et al., 2023). En un contexto en que la inflación interna superó a la externa, los ingresos petroleros se volvieron prioritarios y la caída en los precios del petróleo impactaron negativamente en las expectativas del tipo de cambio, se originó una gran conversión de pesos a dólares, que aunado a la disminución de las reservas internacionales derivó en que, para febrero de 1982, el tipo de cambio se devaluó (Acosta et al., 2023).

1.2.3 Sistema cambiario múltiple, control generalizado de cambios y control de cambios (1982 a 1985)

Del 6 al 31 de agosto de 1982, se instituyó un sistema de tipo de cambio dual que consistía en dos tipos de cambio: uno preferencial y otro general. Bajo este régimen, el primero se fijó en \$49.13 pesos por dólar con un deslizamiento diario de 4 centavos para finalizar en \$49.81, excepto los fines de semana, y se aplicó a la importación de bienes esenciales como alimentos y algunos insumos y bienes de capital necesarios para la producción. Por otro lado, el segundo se implementó en \$75.33 y finalizó en \$104.00 y se utilizó para la compra de dólares destinados al pago de los intereses de la deuda externa pública y privada, así como para las obligaciones del sistema bancario mexicano con el extranjero. Adicionalmente, el tipo de cambio general se determinó por el juego libre de la oferta y la demanda de divisas para transacciones que no estaban comprendidas en el mercado preferencial (Banxico 1982, p. 129).

A pesar de las medidas de regulación cambiaria mencionadas anteriormente, se observaron movimientos especulativos significativos en el mercado de divisas hacia finales de agosto, lo que aceleró la disminución de las reservas internacionales del Banco Central. En este contexto, la protección de las reservas internacionales se convirtió en el objetivo principal de la política cambiaria. Como respuesta a esta situación, el 1 de septiembre de 1982 se implementó un "control generalizado de cambios" mediante un decreto que derogó los tipos de cambio existentes en el régimen anterior. Además, este decreto prohibía a las instituciones de crédito vender divisas y metales en cualquier forma, autorizando solo operaciones de compra en las que actuaran en nombre y por cuenta del Banco de México (Banxico 1982, p. 129).

En ese mismo año se implementó un sistema de control de cambios durante el período comprendido entre el 20 de diciembre de 1982 y el 4 de agosto de 1985. En este sistema, se establecieron tres tipos de cambio: el tipo de cambio controlado, que comenzó en \$95.05 pesos por dólar y finalizó en \$281.34 pesos por dólar, con un deslizamiento diario de 13 centavos que aumentó con el tiempo, incluyendo los fines de semana; el tipo de cambio especial, que se inició en \$70 pesos por dólar y concluyó en \$281.51 pesos por dólar, con un deslizamiento de 14 centavos diarios que varió a lo largo del tiempo; y el tipo de cambio libre, que se estableció en \$149.25 pesos por dólar al principio y llegó a \$344.50 pesos por dólar, con un deslizamiento de 13 centavos diarios que también aumentó con el tiempo (Banco de México, 2009). Durante este período, la tasa de inflación creció significativamente, alcanzando un 427.41% en México y un 11.50% en los Estados Unidos (Gómez y Rodríguez, 2010).

1.2.4 Flotación regulada (1985 a 1991)

De acuerdo con el Informe Anual del Banco de México (1985, p. 31) a partir del 5 de agosto, se implementó un sistema de flotación regulada para el tipo de cambio controlado, en lugar del deslizamiento uniforme que estaba en vigencia desde diciembre de 1982. Según el nuevo sistema, el tipo de cambio controlado se ajustaría diariamente en cantidades que no seguirían necesariamente un patrón uniforme, pero tampoco se modificarían de manera abrupta. Este sistema permitiría la adaptación gradual y flexible del nivel del tipo de cambio controlado a las condiciones internas y externas.

Cabe mencionar que en el año de 1985 la economía de México experimentaba un contexto de pérdida de competitividad, en particular en comparación con las economías europeas, se tomó la decisión de incrementar la tasa diaria de ajuste, y en julio de ese año, la moneda experimentó una devaluación del 20%. Es así como el sistema de flotación regulada (o manejada) del tipo de cambio se ajustaba diariamente, pero en montos no uniformes, lo que brindaba una mayor flexibilidad para lograr una adaptación gradual de acuerdo a las condiciones del mercado (Acosta et al., 2023). En este régimen, se impusieron dos tipos de cambio: el tipo de cambio controlado de equilibrio, que partió en \$282.30 pesos por dólar y finalizó en \$3073 pesos por dólar; mientras que el segundo, denominado tipo de cambio libre se estableció en un precio inicial de \$344.50 pesos por dólar y terminó en \$3,068.90.

1.2.5 Bandas cambiarias con desliz controlado (1991 a 1994)

De acuerdo con Cortez, K. y Rodríguez, M.P. (2009, p. 3) Un sistema de bandas cambiarias se configura cuando un conjunto de naciones opta por mantener los tipos de cambio bilaterales (es decir, los tipos de cambio entre cada par de países) dentro de estrechos rangos o bandas alrededor de un valor central o paridad predefinida. Los tipos de cambio son protegidos cuando alcanzan los límites de fluctuación establecidos, aunque también es común llevar a cabo intervenciones dentro de esos márgenes.

Con este propósito, el 11 de noviembre de 1991 el Banco de México determinó inicialmente que el límite inferior de la banda se mantuviera constante en el nivel de \$3,074.03 nuevos pesos por dólar, que representaba el tipo de cambio al cual el Banco Central estaba dispuesto a adquirir divisas. En contraste, el límite superior de la banda experimentó un aumento diario, conocido como "desliz," de \$0.0002 pesos por dólar por día. A partir del 20 de octubre de 1992, el límite superior de la banda de fluctuación del tipo de cambio comenzó a deslizarse a una tasa diaria de \$0.0004 pesos, mientras que el límite inferior permaneció inalterado en el nivel de \$3.0512 pesos por dólar. Este régimen se mantuvo hasta el 21 de diciembre de 1994, fecha en la cual el límite superior de la banda se elevó hasta los \$3,997 pesos por dólar, o de N\$3.9970³. Sin embargo, esta estrategia demostró no ser sostenible, lo que llevó al abandono del sistema de bandas y a la transición a un régimen de flotación a partir del 22 de diciembre de ese mismo año.

1.2.6 Libre flotación (1994 a la fecha)

De acuerdo con el IMF (2022) (International Monetary Fund) Un tipo de cambio flotante puede ser clasificado como de libre flotación si la intervención ocurre solo excepcionalmente y tiene como objetivo abordar condiciones de mercado desordenadas, y si las autoridades han proporcionado información o datos que confirmen que la intervención se ha limitado, como máximo, a tres intervenciones en los últimos seis meses, y que cada una de ellas no ha excedido tres días hábiles. De acuerdo con Obstfeld y Rogoff (1995) la libre flotación permite una mayor

³ Los nuevos pesos mexicanos entraron en vigor el 1 de enero de 1993. Esta fue una reforma monetaria que implicó el cambio de la antigua moneda, el "Peso Mexicano" (también conocido como "Peso MXP"), por el "Nuevo Peso" (también conocido como "Peso N\$"). El propósito principal de esta reforma fue reducir la inflación y estabilizar la economía mexicana, ya que el antiguo Peso Mexicano había experimentado una devaluación significativa debido a problemas económicos y financieros.

flexibilidad en la gestión de choques económicos y financieros. En lugar de mantener un tipo de cambio fijo que requiere intervención constante para defenderlo, un régimen de libre flotación puede permitir una adaptación más rápida a cambios en las condiciones económicas globales.

Luego de los episodios de inestabilidad ocurridos en el período de 1994 a 1995, el Banco de México y la Comisión de Cambios optaron por implementar una variante del régimen de tipo de cambio flotante. Esta variante involucra la fluctuación administrada, complementada por el establecimiento previo de un objetivo de inflación, conocido como "inflation targeting". Esta combinación buscó una mayor independencia del banco central y una reducción del traspaso magnificado del tipo de cambio a la inflación (Grandes y Reisen, 2005).

El 22 de diciembre de 1994 entró en vigor el régimen de libre flotación que emplea el tipo de cambio "FIX" (con una cotización de N\$4.8875 nuevos pesos por dólar) determinado por el Banco de México con base en un promedio de cotizaciones del mercado de cambios al mayoreo para operaciones liquidables el segundo día hábil bancario siguiente y que son obtenidas de plataformas de transacción cambiaria y otros medios electrónicos con representatividad en el mercado de cambios (Banxico, 2022). El Banco de México da a conocer el FIX a partir de las 12:00 horas de todos los días hábiles bancarios, se publica en el Diario Oficial de la Federación (DOF) un día hábil bancario después de la fecha de determinación y es utilizado para solventar obligaciones denominadas en dólares liquidables en la República Mexicana al día siguiente de la publicación en el DOF.

1.3 Estimación de la volatilidad del tipo de cambio nominal y la Evidencia empírica para México.

Los tipos de cambio tienen una relevancia significativa en el ámbito del comercio internacional, la toma de decisiones en inversiones, la gestión de riesgos empresariales, así como en la situación económica de una nación (Frankel y Saravelos, 2012). La fluctuación del tipo de cambio es un elemento esencial en el análisis financiero contemporáneo y tiene aplicaciones en diversas actividades de la profesión actuarial. La modelización de esta volatilidad ha sido objeto de un creciente interés por parte de los investigadores en años recientes y ha sido estudiada por parte de

académicos e investigadores durante las últimas dos décadas. La volatilidad desempeña un papel crucial en el contexto de la toma de decisiones a nivel internacional, dado que se establece una relación negativa entre los rendimientos esperados de los precios y su alta variabilidad. En consecuencia, una volatilidad elevada conduce a una reducción en los rendimientos y a pérdidas sustanciales para los agentes económicos (Morales et al., 2016).

Meese y Rogoff (1983) documentaron de manera sistemática sobre la dificultad de explicar y predecir los movimientos de los tipos de cambio nominales, considerándolos como una 'caminata aleatoria', lo que implica que las tasas de crecimiento son eventos independientes. No obstante, las investigaciones empíricas subsecuentes han mostrado como varias series financieras, entre ellas las divisas no obedecen estas suposiciones. En la estimación de la volatilidad del tipo de cambio, el análisis de series temporales financieras requiere una cuidadosa consideración de diversas regularidades empíricas comunes a las diferentes variables económicas y financieras. Estas cualidades abarcan la no linealidad, la independencia de las perturbaciones, cambios en la distribución, la no normalidad de las perturbaciones, así como la acumulación de volatilidad, quiebres estructurales, respuestas asimétricas a noticias positivas y negativas, y la presencia de colas pesadas.

Los mercados financieros muestran inherentemente un comportamiento no lineal, influenciado por factores como el sentimiento del mercado, el comportamiento de los inversores y los choques imprevistos. Pasar por alto la presencia de no linealidad puede llevar a inexactitudes en la estimación de la volatilidad, especialmente durante períodos de turbulencia del mercado (Mandelbrot, 1963). En este sentido, a menudo se asume que las perturbaciones son independientes; sin embargo, los datos financieros del mundo real a menudo muestran dependencias temporales. No considerar estas dependencias puede resultar en modelos de volatilidad subóptimos (Engle, 1982).

Aunque la suposición de una distribución normal se utiliza ampliamente en los modelos econométricos, los mercados financieros a menudo presentan colas pesadas y curtosis excesiva, desviándose de la normalidad. Pasar por alto estas desviaciones puede introducir sesgo en las estimaciones de volatilidad (Mandelbrot, 1963). De igual forma, deben ser identificados y considerados los quiebres estructurales, originados por cambios en factores económicos, políticos y sociales o inclusive por eventos globales inesperados (pandemia de COVID-19), ya pueden

desencadenar una alteración significativa en la volatilidad del tipo de cambio. Ignorar este hecho estilizado puede llevar a modelos de volatilidad condicional poco realistas, que no reflejan adecuadamente la variabilidad en la serie de tiempo. Se ha demostrado que los quiebres pueden servir como señales anticipadas de cambios en la volatilidad futura y su correcta interpretación puede mejorar la robustez del modelo (Andrews, 1993).

La existencia de respuestas asimétricas a noticias positivas y negativas en el tipo de cambio nominal ha sido documentada y estudiada en la literatura financiera y económica. Varios estudios empíricos han respaldado la existencia del efecto apalancamiento⁴ en los mercados de divisas y han demostrado que las devaluaciones son más pronunciadas y persistentes que las apreciaciones en respuesta a eventos económicos o financieros. Estos estudios han utilizado una variedad de técnicas, como modelos GARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) (Baillie y Bollerslev, 1994). Por su parte, las colas pesadas se refieren a la probabilidad de eventos extremos, como las fuertes fluctuaciones del tipo de cambio. Estos eventos extremos pueden tener un impacto significativo en la economía y los mercados financieros. Por lo tanto, la identificación y modelación de colas pesadas son esenciales para evaluar y gestionar el riesgo de eventos extremos (Embrechts et al., 1997).

Bollerslev (1986) estableció que el uso de modelos GARCH presenta resultados excepcionalmente precisos en la modelación de la volatilidad. Los modelos GARCH y ARCH se pueden utilizar para capturar la agrupación de volatilidad y la leptocurtosis. A pesar de su distribución simétrica, no pueden modelar el efecto apalancamiento. Esto se debe a que una de las restricciones principales de los modelos GARCH es que imponen una respuesta simétrica de la volatilidad a los choques positivos y negativos. No obstante, se ha argumentado que un choque negativo en series temporales financieras es probable que cause un aumento en la volatilidad mayor que un choque

⁴ El "efecto apalancamiento" se refiere a la característica interesante en los precios de activos financieros en la que las "malas" noticias parecen tener un efecto más pronunciado en la volatilidad respecto a las "buenas" noticias. En el caso de muchas acciones, se observa una fuerte correlación negativa entre el rendimiento actual y la volatilidad futura. La razón detrás de esto radica en que un choque negativo en el precio de una acción reduce el valor del capital propio de una empresa en relación con su deuda. A medida que la relación de deuda a capital (es decir, el apalancamiento) aumenta, el riesgo de mantener la acción de la empresa también aumenta. Esta tendencia de que la volatilidad disminuya cuando los rendimientos aumentan y aumente cuando los rendimientos disminuyen se conoce comúnmente como el "efecto apalancamiento" (Enders, 2015).

positivo de la misma magnitud (Brooks, C. 2019, p.404). Para superar esta dificultad, se han introducido varias modificaciones no lineales de la estructura GARCH. Por ejemplo, se introdujo el modelo GJR GARCH y el modelo GARCH exponencial (E-GARCH).

En el capítulo tercero de esta investigación, se explican, de manera detallada, el modelo GJR GARCH y el modelo GARCH exponencial (E-GARCH). Estas extensiones han sido introducidas como respuestas innovadoras a la necesidad de mejorar la capacidad de los modelos GARCH para capturar la complejidad inherente en la dinámica de la volatilidad financiera. También se analizan en profundidad los fundamentos teóricos de cada modelo, destacando cómo el GJR GARCH introduce asimetría en la respuesta de la volatilidad a eventos positivos y negativos, mientras que el GARCH exponencial emplea una función exponencial para modelar patrones no lineales en la evolución de la volatilidad condicional.

1.3.1 Modelos GARCH Univariados

La estimación de la volatilidad condicional en el tipo de cambio es un tema de gran relevancia en el ámbito financiero y económico, particularmente en el contexto mexicano. Dado que las fluctuaciones en el tipo de cambio pueden tener un impacto significativo en la economía del país, comprender y predecir la volatilidad es esencial para la toma de decisiones tanto a nivel empresarial como gubernamental. En este sentido, los modelos GARCH univariados y multivariados han sido ampliamente utilizados en la literatura financiera y económica, tanto teórica como empíricamente, para abordar esta problemática. Estos modelos permiten capturar la volatilidad condicional en el tipo de cambio a través del tiempo, teniendo en cuenta la dependencia temporal de las observaciones y las relaciones entre múltiples series temporales.

Algunas de las principales referencias bibliográficas que abordan esta temática incluyen los trabajos de Bollerslev (1986) y Engle (1982), quienes sentaron las bases para el desarrollo de los modelos GARCH. En este contexto, este estudio busca explorar y evaluar la eficacia de modelos GARCH univariados y multivariados en la estimación de la volatilidad condicional del tipo de cambio en México, contribuyendo así a una comprensión más profunda de las dinámicas económicas del país y proporcionando herramientas valiosas para la gestión de riesgos y la formulación de políticas económicas. A continuación, se presenta una revisión de las principales investigaciones empíricas que emplean modelos GARCH univariados y multivariados para

identificar el estado del arte, es decir, el nivel actual de conocimiento, desarrollo y avances en el campo de la modelación econométrica de la volatilidad del tipo de cambio.

En el año 2006 Benavides desarrolló una investigación en la que, “se evaluó la capacidad predictiva de diversos modelos para pronosticar la volatilidad diaria en el tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense. Los modelos examinados incluyen el GARCH univariado y el GARCH multivariado (modelo BEKK)” (p.2). El hallazgo general es que el poder predictivo de las volatilidades implícitas en opciones ha demostrado ser más preciso que los modelos tipo ARCH. Sin embargo, si los pronósticos de tipo ARCH y las volatilidades implícitas en opciones se combinan en un enfoque compuesto, el error cuadrático medio (MSE) disminuye y se vuelve estadísticamente significativo. Esto recomienda el uso de ambos tipos de datos cuando estén disponibles.

Posteriormente, en 2009 Benavides y Capistran (p.19) emplearon datos de tipo de cambio intradía con intervalos de tiempo de 5 minutos para construir la volatilidad realizada, que se utiliza como medida de volatilidad ex-post. Los resultados muestran que, el mejor pronóstico en general se obtiene cuando se combina un pronóstico de tipo ARCH y un pronóstico de las volatilidades implícitas utilizando pesos variables en el tiempo.

Galicia et al. (2018) desarrollaron un análisis basado en evidencia empírica de las fluctuaciones en el valor del dólar durante el período 2000-2016, con el propósito de identificar un modelo estadístico que identifique de manera precisa los efectos de las variaciones en el precio del dólar FIX en la economía mexicana. Se empleó la metodología de series temporales para examinar la volatilidad de esta moneda y compararon los resultados obtenidos a través de la aplicación de los modelos ARCH (propuesto por Engle en 1982) y GARCH (desarrollado por Bollerslev en 1986). La conclusión principal es que el modelo GARCH ofrece una representación más precisa de las fluctuaciones en la volatilidad de la tasa de cambio, y los resultados respaldan la hipótesis de que esta alta volatilidad está influenciada por factores externos al desempeño económico de los fundamentales macroeconómicos de México. Una de las líneas de investigación que sugieren es ampliar el trabajo a un análisis comparativo que incluya los modelos univariados asimétricos E-GARCH y P-ARCH.

En el artículo de Bush y López (2019), se investiga el efecto de la incertidumbre nacional y global en la volatilidad del tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar estadounidense durante el período de enero de 1999 a julio de 2018. El análisis se lleva a cabo en dos etapas. En la primera etapa, se obtiene una medida de volatilidad del tipo de cambio al estimar un modelo GARCH (1,1) univariado. En la segunda etapa, se estima la volatilidad del tipo de cambio a indicadores de incertidumbre nacional y global, contruidos con datos de la encuesta de pronosticadores profesionales que se realiza mensualmente por el Banco de México desde 1999.

Recientemente, Avilés y Flores (2021) estiman un modelo GARCH para la estimación de la volatilidad del tipo de cambio en México, emplean datos que corresponden a los precios diarios del tipo de cambio FIX entre el dólar estadounidense y el peso mexicano, durante el período de 1994 a 2018. Los precios se obtuvieron del sitio web oficial del Banco de México (BANXICO). Encontraron que el mejor modelo correspondió a una estructura GARCH (1,1). Además, el análisis encontró que los modelos de volatilidad en la serie son efectivos solo cuando la información pasada se refiere únicamente a un período anterior, ya que cuando los modelos consideran dos rezagos, su eficacia disminuye.

1.3.2 Modelos GARCH Multivariados

Los modelos GARCH multivariados, que capturan la dependencia temporal y las interrelaciones entre distintas variables, han emergido como herramientas poderosas para analizar y pronosticar la volatilidad del tipo de cambio. Este estudio se centra en la aplicación de modelos GARCH multivariados, como el modelo BEKK (Baba, Engle, Kraft, y Kroner, 1990), y en la consideración de factores como el Índice de Volatilidad de Opciones de Chicago (VIX) y medidas de incertidumbre económica, con el objetivo de evaluar cómo estas variables afectan la volatilidad condicional del tipo de cambio en México. En seguida se presentan las principales investigaciones desarrolladas al respecto.

Benavides et al. (2015) analizan el impacto de la volatilidad del tipo de cambio en la volatilidad de las expectativas de inflación y perspectivas de crecimiento en México. Examinaron la causalidad en términos del grado de respuesta de la volatilidad del tipo de cambio y las expectativas de inflación, empleando para ello modelos econométricos para encontrar evidencia empírica de estas relaciones durante el período 2002-2014. En particular, emplearon un modelo

GARCH multivariado, conocido como el modelo BEKK propuesto por Baba, Engle, Kraft y Kroner (1990) y Engle y Kroner (1995).

Los trabajos de Bush y López (2019), también han permitido capturar las expectativas de un amplio conjunto de agentes económicos y su efecto sobre la volatilidad del tipo de cambio, incluyendo como variables explicativas tanto el Índice de Volatilidad de Opciones de Chicago (VIX) como el índice de incertidumbre económica global de Baker, Bloom y Davis (EPU). Incorporaron en el modelo un índice de incertidumbre comercial basado en tendencias de Google para analizar si la incertidumbre relacionada con el TLCAN y las políticas de liberalización comercial de México había tenido un impacto en la volatilidad del tipo de cambio. El precio de un barril de mezcla mexicana de petróleo también se incluye, ya que se ha demostrado que la volatilidad del precio de esta materia prima afecta la volatilidad del tipo de cambio peso-dólar.

Para monitorear el componente sorpresa de los anuncios de datos macroeconómicos, el análisis controla las sorpresas de inflación y PIB. Finalmente, evaluaron si el efecto de la incertidumbre política nacional y la incertidumbre económica nacional en la volatilidad del tipo de cambio se amplifica en períodos de elecciones y recesión. Los principales resultados muestran que la medida de incertidumbre política nacional, el VIX y los índices EPU global son los principales impulsores de la volatilidad del tipo de cambio. También identificaron que, en períodos de recesión, una mayor incertidumbre económica nacional se relaciona con una mayor volatilidad del tipo de cambio. Estos hallazgos se mantienen consistentes al utilizar medidas alternativas de volatilidad del tipo de cambio y técnicas econométricas diversas.

Dentro de la literatura empírica más reciente, se encuentra que Bush y López (2021) investigaron la relación entre la incertidumbre y la volatilidad cambiara para el periodo que comprende 1999 a 2018, utilizaron datos únicos de la Encuesta de Pronosticadores Profesionales del Banco de México para construir cuatro medidas distintas de incertidumbre “*knightiana*”⁵ directa y dos medidas de sorpresas macroeconómicas, que se utilizan para examinar los efectos de la incertidumbre. Los resultados principales muestran que una mayor incertidumbre knightiana

⁵ De acuerdo con Okamoto (2020) Frank Knight teorizó sobre la diferencia entre el riesgo y la incertidumbre en su obra clásica Riesgo, incertidumbre y beneficio. El riesgo es “una cantidad susceptible de medición”. Aunque no se tenga conocimiento de un resultado preciso, puede calcularse la probabilidad de algunos resultados más posibles. Mientras que la Incertidumbre significa que no hay suficiente información para reducir incluso las posibilidades. Cuando una situación “no es susceptible de medición” los economistas hablan de incertidumbre knightiana.

conduce a una mayor volatilidad del tipo de cambio. También presenta evidencia de un efecto amplificador de la incertidumbre económica doméstica en la volatilidad del tipo de cambio durante los períodos de recesión. Los resultados son robustos a diferentes medidas de volatilidad del tipo de cambio y diferentes especificaciones.

1.4 Conclusiones

A lo largo de la historia, México ha experimentado diversas etapas en su política cambiaria, desde el patrón oro hasta regímenes de tipo de cambio fijo y flotante. Esto ha estado influenciado por factores económicos, políticos y externos. La literatura ha resaltado cómo las crisis financieras internacionales, como la del Tequila en la década de 1990, han llevado a importantes cambios en la política cambiaria y han tenido un impacto sustancial en el tipo de cambio nominal mexicano. Además, la globalización y la integración económica han aumentado la interconexión de México con los mercados internacionales, lo que ha contribuido a una mayor sensibilidad del tipo de cambio a factores externos (Kaminsky y Schmukler, 2008). En este contexto, la revisión histórica de los regímenes cambiarios en México revela un proceso de transición y adaptación. La transición hacia un régimen de tipo de cambio más flexible en 1994 marcó un hito importante en la historia financiera de México, como respuesta a las crisis anteriores y una apertura económica más amplia. Estas modificaciones en los regímenes cambiarios han tenido un impacto en la volatilidad del tipo de cambio y en la necesidad de gestionar riesgos cambiarios.

La estimación de la volatilidad del tipo de cambio en México a través de modelos GARCH ha sido ampliamente utilizada en la literatura financiera. Estos modelos, tanto univariados como multivariados, han demostrado ser herramientas eficaces para capturar la volatilidad condicional y las dinámicas de riesgo en el mercado cambiario mexicano. En el contexto de esta investigación, se ha tomado la decisión de centrarse exclusivamente en los Modelos GARCH univariados como objetivo principal. Esta elección se basa en la revisión de los principales trabajos empíricos y en los resultados satisfactorios que se han comprobado en la estimación de la volatilidad condicional de series temporales financieras.

Al optar por mantener el enfoque en un modelo GARCH univariado, se busca garantizar la claridad y la precisión en los resultados de la investigación. La decisión de mantener el análisis dentro de un marco univariado está en línea con los objetivos específicos de esta investigación y permitirá una exploración más profunda y enfocada de los patrones de volatilidad del tipo de cambio en México. Sin embargo, se enfatiza que los próximos trabajos en esta línea de investigación deberían identificar las relaciones de retroalimentación entre las principales variables económicas y financieras globales y su repercusión en la volatilidad del tipo de cambio.

Capítulo 2 Fundamento teórico de las series de tiempo financieras

2.1 Introducción

El análisis de las series de tiempo busca responder preguntas matemáticas y estadísticas que los métodos estadísticos convencionales no puede responder. Con ayuda de un buen análisis, se puede realizar un estudio meticuloso de los datos acumulados en un lapso determinado de tiempo, normalmente con periodicidad menor a un año, y con base en ello predecir con mayor certeza el comportamiento futuro de la variable en observación (Shumway,2017, p.1). El análisis de series de tiempo toma relevancia en ciertas áreas como planeación financiera, planeación de transporte, ventas, retail, mercadería, finanzas, marketing y, claro está, los mercados bursátiles, donde los analistas emplean estos procesos estocásticos para la toma de decisiones. Por lo que la creación de un modelo que tenga el mejor ajuste se vuelve necesario para construir un análisis estructurado y fundamentado, que en varias ocasiones permite la estimación de pronósticos.

Actualmente se cuenta con gran variedad de modelos, metodologías y algoritmos computacionales alojados en softwares estadísticos que se pueden utilizar para generar análisis de gran calidad y con ello obtener el mayor rendimiento en el área en el que se ejecute el proceso. Para esto requiere de una extracción de datos medidos en momentos específicos y ordenados cronológicamente para que en una siguiente etapa puedan ser analizados estadísticamente. Para desarrollar el objeto de estudio de esta investigación es fundamental comprender las definiciones y características de las series de tiempo financieras. De acuerdo con Enders (2015), una serie de tiempo financiera se define como una secuencia de observaciones de una variable económica o financiera recopiladas en intervalos regulares de tiempo. Estas observaciones están ordenadas cronológicamente y pueden presentar patrones, tendencias y comportamientos estocásticos que reflejan la evolución y volatilidad de los mercados financieros.

En el contexto del análisis de series de tiempo financieras, la estacionariedad es un concepto clave. Una serie de tiempo se considera estacionaria cuando su media y varianza son constantes en el tiempo y no muestra patrones de tendencia. Esta propiedad es fundamental para aplicar modelos y técnicas estadísticas que suponen la estacionariedad de los datos (Hamilton, 1994). Por su parte,

la correlación y las funciones de autocorrelación simple y parcial también juegan un papel importante en el análisis de series de tiempo financieras. La correlación permite medir la relación lineal entre dos variables, mientras que las funciones de autocorrelación simple y parcial revelan la dependencia temporal de una serie consigo misma. Estas herramientas proporcionan información sobre la persistencia y la estructura temporal de las series de tiempo financieras (Brooks, 2019). Además, en el estudio, se hace referencia a las pruebas de raíz unitaria, como la prueba de Dickey-Fuller, la prueba de Dickey-Fuller aumentada y la prueba de Phillips-Perron.

Estas pruebas son ampliamente utilizadas para verificar la existencia de raíces unitarias en las series de tiempo financieras, lo que indica la presencia o ausencia de tendencias (Greene, 2018). También se exploran los conceptos de ruido blanco, caminata aleatoria y series de tiempo lineales. El ruido blanco se refiere a una secuencia de variables aleatorias no correlacionadas con media cero y varianza constante. La caminata aleatoria es un caso especial de serie de tiempo lineal en la que las observaciones están determinadas por la suma acumulada de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Estos conceptos proporcionan una base teórica para comprender las características y comportamientos de las series de tiempo financieras (Campbell et al., 1997).

Otro tema crucial en el trabajo de investigación es la metodología de Box-Jenkins. Se trata de un proceso ampliamente utilizado en el análisis de series de tiempo y se ha convertido en un enfoque estándar para el modelado y pronóstico de datos temporales. Este enfoque se basa en la construcción y estimación de modelos autorregresivos (AR), modelos de medias móviles (MA) y modelos ARMA, que son capaces de capturar la estructura temporal de los datos. Estos modelos permiten modelar la dependencia de una observación en función de sus valores pasados y de los errores aleatorios.

Los modelos autorregresivos (AR) son una clase de modelos en los cuales el valor actual de la serie de tiempo se relaciona linealmente con sus valores pasados. Estos modelos son útiles cuando la serie exhibe un comportamiento de autocorrelación, es decir, cuando existe una dependencia entre las observaciones sucesivas. Por su parte, los modelos de medias móviles (MA), consideran la dependencia de una observación en función de los errores aleatorios pasados. Estos modelos son útiles para capturar la influencia de las perturbaciones aleatorias en el comportamiento de la serie. Mientras que los modelos ARMA combinan las características de los modelos AR y MA,

permitiendo modelar tanto la dependencia de la serie en función de sus valores pasados como la influencia de los errores aleatorios. Estos modelos son ampliamente utilizados en el análisis de series de tiempo debido a su capacidad para capturar diferentes patrones y estructuras en los datos.

Además de los modelos ARMA, los modelos ARIMA son una extensión que incorpora un componente de diferenciación para abordar series de tiempo no estacionarias. Estos modelos son particularmente útiles cuando la serie exhibe tendencias o estacionalidad, ya que la diferenciación permite transformar la serie en una forma estacionaria. En esta investigación, se aplicará la metodología de Box-Jenkins para analizar y modelar una serie de tiempo en el contexto de los modelos autorregresivos (AR), modelos de medias móviles (MA), modelos ARMA y modelos ARIMA. Se utilizarán técnicas de estimación y diagnóstico para seleccionar el modelo más adecuado que se ajuste a los datos y permita realizar pronósticos precisos.

En cualquier análisis se desarrollan mediciones que, en cualquier corporativo, empresa u oficina de gobierno proporcionan una gran plusvalía y así el análisis de las series de tiempo toma gran relevancia y aporta información valiosa para determinar las soluciones a problemáticas específicas.

2.2 Definiciones de Series de tiempo financieras

En este apartado se definen conceptos que son de utilidad para facilitar el entendimiento de la composición, propiedades y formas funcionales que tienen los modelos matemáticos denominados series de tiempo financieras. Al entender la estructuración y funcionalidad de estos modelos se podrá obtener un gran valor de análisis y visualización para realizar pronósticos sofisticados. En el análisis de series de tiempo, la descomposición de las observaciones en sus componentes fundamentales es una herramienta crucial para comprender y predecir el comportamiento de los datos. En el contexto de las series financieras, como el tipo de cambio, la identificación de las componentes de ciclo, tendencia, estacionalidad y ruido es esencial para entender las fluctuaciones y tomar decisiones informadas en los mercados financieros.

El ciclo en el tipo de cambio refleja las variaciones de largo plazo que pueden estar influenciadas por factores económicos, políticos y eventos globales. Por otro lado, la tendencia representa la dirección general del tipo de cambio a lo largo del tiempo y puede verse afectada por variables macroeconómicas y políticas monetarias. La estacionalidad se refiere a patrones recurrentes que

ocurren en momentos específicos del año, como periodos vacacionales o eventos económicos estacionales. Por último, el ruido representa las fluctuaciones aleatorias e impredecibles que no pueden ser explicadas por las componentes anteriores.

En esta investigación, se analiza la aplicación de la descomposición de series de tiempo en el estudio del tipo de cambio en México durante las últimas décadas. Se examinan las características de las componentes de ciclo, tendencia, estacionalidad y ruido en los datos del tipo de cambio en México, identificando patrones y comportamientos particulares. Además, se explora la relación entre estas componentes y factores económicos, como la política monetaria, el comercio internacional y los eventos económicos significativos.

Para llevar a cabo este análisis, se emplean técnicas y métodos estadísticos apropiados, como modelos ARIMA estacionales y pruebas de estacionalidad. Se utilizan herramientas de visualización y análisis de datos para representar gráficamente las series descompuestas y evaluar la presencia de componentes significativas en el tipo de cambio mexicano. Los resultados obtenidos proporcionarán una perspectiva más profunda sobre los determinantes del tipo de cambio en México y podrán ser de utilidad para analistas financieros, economistas y profesionales del mercado.

Definición 1 (Serie de tiempo): Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones generadas de manera secuencial en el tiempo (González, M. 2011, p. 15). Para Brockwell y Davis (2016, p.1), una serie de tiempo es un conjunto de observaciones x_t , cada una registrada en un tiempo específico t , pero también se usa el mismo término para denotar al proceso estocástico o familia de variables aleatorias $\{x_t, t \in T\}$.

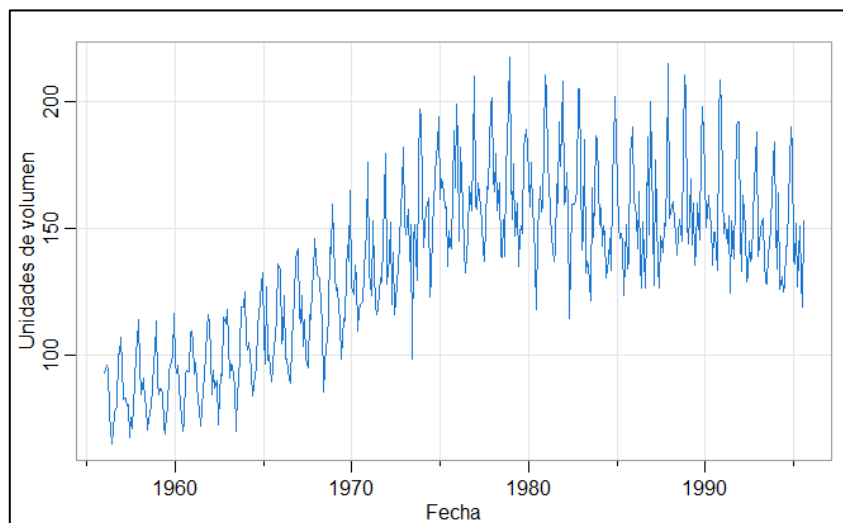
El estudio de las series de tiempo es fundamental para crear modelos matemáticos que intentan describir la realidad, lo que permite realizar pronósticos con un alto grado de precisión. Para estudiar una serie de tiempo es importante conocer y entender los componentes que las conforman. Los componentes que se estudian son: ciclo, tendencia, estacionalidad y ruido.

Definición 2 (Ciclo): Se refiere a un patrón repetitivo, pero con longitud mayor a un año (González, M. 2011, p. 19). El componente de ciclicidad, a diferencia de la tendencia y la

estacionalidad, este ocurre en el largo plazo y los periodos en los que aparece no son fijos. Este componente puede extraerse si se elimina la tendencia y estacionalidad.

En la figura 2.1 se representan valores mensuales de una serie acerca de la producción mensual de la cerveza en Australia, esta serie comprende el periodo de 1956 a 1995, que a su vez está dividida en 475 meses. En esta gráfica se puede observar un comportamiento repetitivo, con ciclos que se comportan de forma regular y que se pueden observar con facilidad.

Figura 2.1. Producción mensual de cerveza en Australia (1956 a 1995)



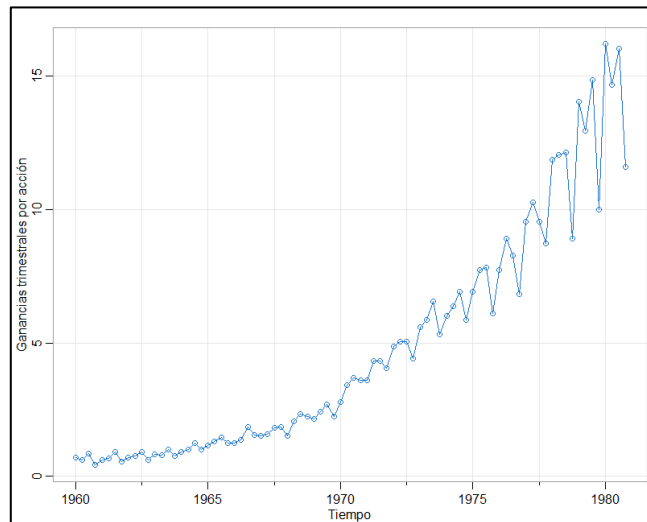
(Elaboración propia con datos obtenidos de Kaggle⁶)

Definición 3 (Tendencia): La tendencia es un cambio sistemático en el patrón de los datos y suele detectarse a simple vista en la gráfica de la serie original (González, M. 2011, p. 18). En una serie de tiempo, las variables fluctúan en torno a la tendencia. La tendencia se puede ver de forma aproximada empleando modelos matemáticos, por ejemplo, un modelo lineal que se verá representado como una recta o un modelo cuadrático que se verá representado por una parábola. En los procesos estocásticos, la tendencia puede ser aleatoria y variar a lo largo del tiempo o determinística y mantenerse estable durante su trayectoria.

⁶ Datos extraídos de: <https://www.kaggle.com/datasets/shenba/time-series-datasets>

En la figura (2.2) se muestran las ganancias trimestrales por acción de la empresa Johnson & Johnson, en la gráfica se representan 21 años divididos por 84 trimestres medidos desde el primer trimestre de 1960 hasta el último trimestre de 1980. En la figura se muestra un ejemplo de tendencia creciente. Se puede observar la tendencia subyacente que aumenta gradualmente y una variación bastante regular que sigue a la tendencia que parece repetirse durante los trimestres.

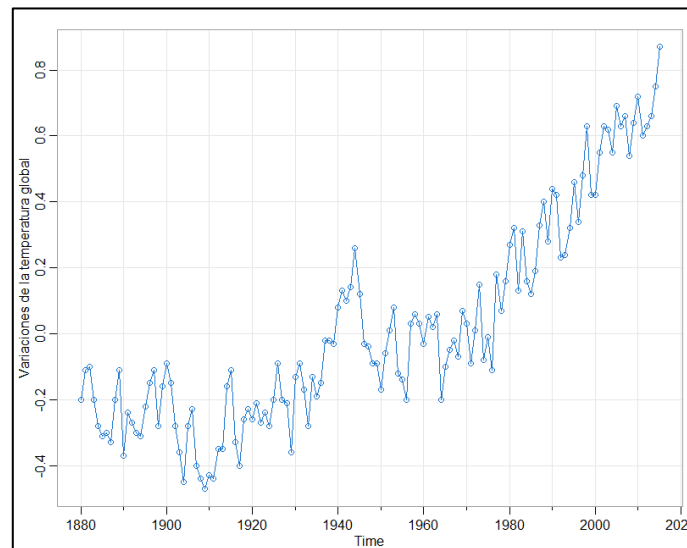
Figura 2.2. Ganancias trimestrales por acción de Johnson & Johnson, 84 trimestres, (1960-I a 1980-IV)



(Elaboración propia con datos obtenidos de Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p. 4)

En la figura 2.3. se observan las variaciones de la temperatura global en el periodo de 1880-2017. En esta segunda gráfica se tiene otro ejemplo de tendencia, en este caso se puede observar una aparente tendencia al alza en la serie durante los últimos años. Cabe mencionar que se ha utilizado como argumento para la hipótesis del calentamiento global.

Figura 2.3. Variaciones de la temperatura global promedio anual (1880-2017) en grados centígrados

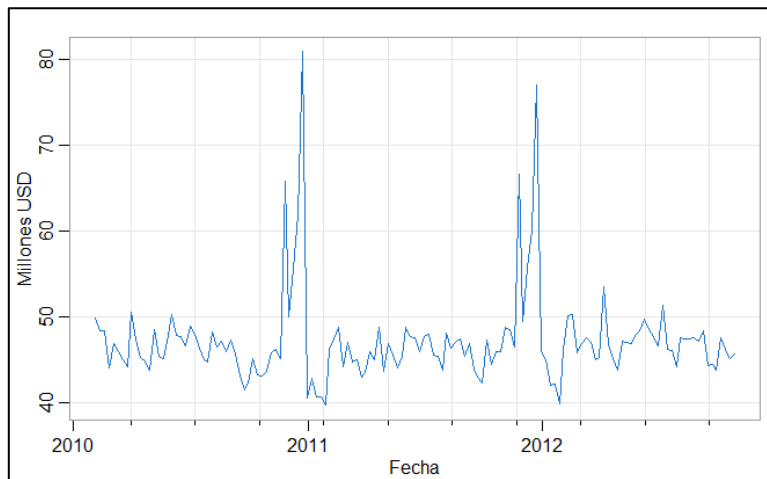


(Elaboración propia con datos obtenidos de Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p. 5)

La tendencia es un elemento importante que se debe identificar antes de crear un modelo, ya que los modelos descritos en este apartado se centraran en detectar dicha tendencia y posteriormente realizar un análisis de acuerdo con los requerimientos, en ocasiones es deseable eliminar una tendencia para observar detalladamente los componentes estacionales o cíclicos. También se debe tener en cuenta que si una serie no presenta este componente se puede considerar estacionaria.

Definición 4 (Estacionalidad): Cuando se observa un patrón de comportamiento que se repite en periodos menores o iguales a un año, se dice que la serie de tiempo tiene variación estacional (González, M. 2011, p. 19). En la figura (2.4) se muestra un ejemplo de estacionalidad. En las ganancias de la compañía estadounidense se puede observar la repetición de patrones que, aunque cada vez se presentan en mayor medida, cada año continúan sucediendo. Al igual que la tendencia, es importante identificar si una serie de tiempo tiene estacionalidad. Si se detecta, se puede tomar la decisión de eliminarla o tratar de modelarla.

Figura 2.4. Ventas semanales de Walmart (2000-2012)



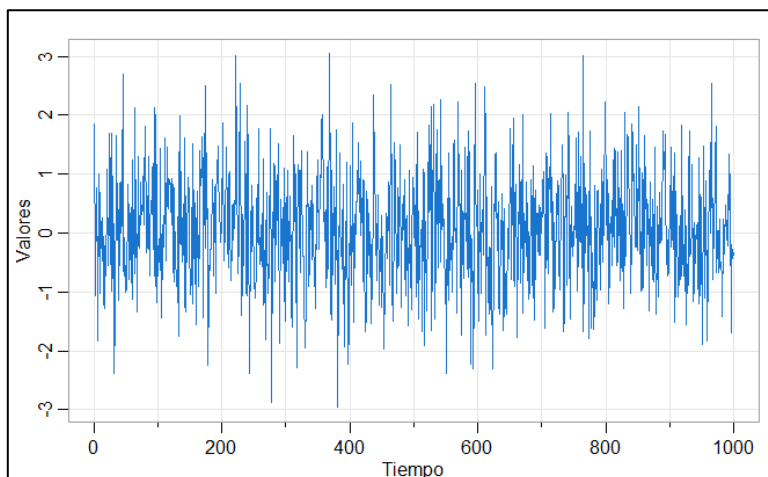
(Elaboración propia con datos obtenidos de Kaggle⁷)

A diferencia de la estacionalidad, existen ocasiones en las que se logran observar comportamientos interesantes e irregulares, los cuales suelen ser anormales y no pueden referenciarse o clasificarse con respecto al concepto de estacionalidad, consecuentemente se pierde el sentido para desarrollar un análisis. De tal forma que constantemente se suele recurrir a el concepto de ruido.

Definición 5 (Ruido): Es un conjunto de variaciones irregulares respecto de la tendencia que no pueden atribuirse a las influencias cíclicas ni estacionales (González, M. 2011, p. 20). En cualquier serie de tiempo existe alguna variable aleatoria que un modelo no puede explicar. Esta variable aleatoria se conoce como choques aleatorios que representan este conjunto de variaciones irregulares a lo largo de la serie. Por lo que, al realizar un modelo, este componente se debe alisar de tal manera que prácticamente parezca que haya desaparecido. En la figura 2.5 se realiza la demostración del comportamiento irregular e impredecible del ruido en una serie de tiempo.

⁷ Datos extraídos de: <https://www.kaggle.com/datasets/ujjwalchowdhury/walmartcleaned/data>

Figura 2.5. Simulación de ruido



(Elaboración propia en R-project)

Es muy importante estudiar a fondo el tema de las componentes de una serie de tiempo, enfocándonos en el ciclo, la tendencia, la estacionalidad y el ruido, y su aplicación en el análisis de series financieras, específicamente en el caso del tipo de cambio. A través de la revisión de diversas fuentes bibliográficas, se ha profundizado en el conocimiento teórico y práctico relacionado con ellas, así como su importancia para comprender y pronosticar adecuadamente el comportamiento de series financieras. La descomposición de una serie de tiempo es esencial para obtener una comprensión más precisa de su dinámica y patrones subyacentes. Como señalan Box, Jenkins y Reinsel (2015), la identificación y modelado de las componentes del ciclo, la tendencia, la estacionalidad y el ruido permiten analizar de manera más detallada las fluctuaciones y comportamientos de una serie financiera como el tipo de cambio.

La presencia de un ciclo en el tipo de cambio implica que existe una repetición de patrones de subidas y bajadas a lo largo del tiempo. La tendencia de la moneda desempeña un papel fundamental en la determinación de los flujos de comercio, las inversiones extranjeras y la competitividad de una economía en el contexto global. Entender y predecir la tendencia de la divisa es crucial para los exportadores e importadores, los inversores y los responsables de la política monetaria y fiscal. Además, se ha destacado la importancia de comprender el ruido, que representa las fluctuaciones irregulares e impredecibles en una serie de tiempo. Estas fluctuaciones pueden ser causadas por factores externos imprevisibles que afectan la paridad cambiaria, como eventos

políticos o económicos inesperados. Al tener en cuenta el ruido, se logra una visión más completa de la serie de tiempo y se evita atribuir falsas señales a los movimientos reales de la serie.

Por otro lado, se debe abordar el concepto de series de tiempo estacionarias, que son aquellas en las que la media y la varianza son constantes a lo largo del tiempo. Las series de tiempo estacionarias son fundamentales para aplicar modelos y técnicas estadísticas, ya que muchas de ellas asumen esta propiedad. La identificación de la estacionariedad en una serie financiera, como el tipo de cambio, permite seleccionar y aplicar los modelos adecuados para el análisis y pronóstico.

2.2.1 Series de tiempo estacionarias

La programación en R-Project, específicamente utilizando la biblioteca "forecast", desempeña un papel crucial en el análisis de series de tiempo estacionarias. Las series de tiempo son conjuntos de datos secuenciales ordenados en función del tiempo y se encuentran en una amplia gama de campos, como la economía, las finanzas o la actuaría, entre otras. La biblioteca "forecast" en R-Project proporciona una amplia variedad de herramientas y métodos que permiten a los analistas explorar y comprender mejor las características de las series de tiempo estacionarias. Al utilizar el método gráfico, se pueden crear visualizaciones como gráficos de línea y gráficos de dispersión, que proporcionan una representación visual de la estructura y los patrones de las series de tiempo. Esto facilita la identificación de tendencias, estacionalidad y patrones irregulares en los datos (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

Además del enfoque gráfico, las funciones de autocorrelación simple y parcial son herramientas fundamentales en el análisis de series de tiempo estacionarias utilizando R-Project. A través de estos correlogramas se puede identificar la relación entre una observación y sus eventos anteriores, mientras que la autocorrelación parcial mide la relación entre una observación y sus observaciones pasadas, controlando el efecto de las observaciones intermedias. Estas funciones ayudan a identificar patrones de dependencia y retrasos significativos en las series de tiempo, lo que proporciona información valiosa para el modelado y la predicción (Chatfield, 2004).

Otro aspecto esencial en el análisis de las series de tiempo estacionarias es la realización de pruebas de raíz unitaria. Las pruebas de raíz unitaria, como la prueba de Dickey-Fuller aumentada (ADF)

y la prueba de Phillips-Perron, permiten determinar si una serie de tiempo tiene una raíz unitaria, lo que indica si es estacionaria o no. Estas pruebas se basan en la hipótesis nula de que la serie de tiempo tiene una raíz unitaria y proporcionan estadísticas de prueba y valores p-value que ayudan a tomar decisiones sobre la estacionariedad de la serie (Dickey y Fuller, 1979; Phillips y Perron, 1988). Como lo menciona Tsay (2012), la base del análisis de series de tiempo es la estacionariedad. Para Lutkepohl (2004), un proceso estocástico y_t se llama estacionario si el primer momento y segundo momento son invariantes en el tiempo. En otras palabras, y_t es estacionario si:

1. La media es constante, lo que conlleva a no tener tendencia:

$$E[y_t] = \mu_y, \forall t \in T$$

2. La varianza es constante en el tiempo:

$$E[(y_t - \mu_y)(y_{t-h} - \mu_y)] = \gamma_h, \forall t \in T \text{ y todos los enteros } \forall h \text{ tal que } t - h \in T$$

Como lo menciona (González, M. 2011, p. 15), para el análisis de una serie de tiempo, es de suma importancia identificar si es o no estacionaria. Esta importancia radica en que, los valores de la media y varianza son constantes, lo que en una serie de tiempo con N número de datos permite clasificar todas las observaciones dentro de una misma población. Por lo que, al contrario, si una serie de tiempo resulta ser no estacionaria, es decir, la media y la varianza varían en el tiempo, se tienen tantas poblaciones de datos como número de observaciones, lo que significa que cada N tomaría un valor de 1 y sería una muestra muy poco representativa, con lo cual es imposible estimar los parámetros de la población. La característica de estacionariedad se divide en dos conceptos: Estacionariedad fuerte y estacionariedad débil.

Definición 6 (Estacionariedad fuerte): Para un proceso, $\{z_t\} = \left\{ \begin{matrix} t = \infty \\ t = -\infty \end{matrix} \right.$ es fuertemente estacionario, o "estacionario" si la distribución de probabilidad conjunta de cualquier conjunto de k observaciones en la secuencia, $[z_t, z_{t+1}, \dots, z_{t+k}]$ es la misma independientemente del origen, t, en la escala de tiempo (Greene, W. 2018). Se define como estacionariedad fuerte cuando la función de distribución de probabilidad conjunta no depende del tiempo. Se dice que una serie de tiempo

es estacionaria en sentido estricto o fuerte, si su función de distribución conjunta de probabilidad permanece idéntica en el tiempo. Es decir, es estacionaria en sentido estricto si y sólo si:

$$f(Y_t, Y_{t-1}, \dots, Y_{t-k}) = f(Y_{t+\tau}, Y_{t-1+\tau}, \dots, Y_{t-k+\tau}), \forall \tau \in \mathbb{R}.$$

Definición 7 (Estacionariedad débil): Para un proceso, $\{z_t\} = \{ \begin{matrix} t = \infty \\ t = -\infty \end{matrix} \}$ es débilmente estacionario si $E[z_t]$ es finito y es el mismo para todo t y si las covarianzas entre dos observaciones $Cov[z_t, z_{t-k}]$, es una función finita solamente de los parámetros del modelo y su distancia en el tiempo, k , pero no de la ubicación absoluta de ninguna de las observaciones en la escala de tiempo. (Greene, W. 2018)

2.2.2 Correlación y Funciones de autocorrelación simple y parcial

Existen circunstancias donde los componentes de una serie temporal pueden estar sujetos a cierto tipo de problemáticas que no permiten identificar correctamente el comportamiento y por ende la obtención de un modelo incongruente aunado a un valor estadístico pobre. Muchas series de tiempo, principalmente las financieras, manifiestan un comportamiento dentro de su estructura que hace que elementos se afecten recíprocamente de manera dependiente, lo cual se conoce como correlación. Entender este concepto y sus funciones ayudara a identificar las estructuras de la correlación y de esta forma realizar un modelado eficiente y si es el caso proyecciones mejor sustentadas.

De acuerdo con Tsay (2012, p. 43), en estadística, el coeficiente de correlación entre dos variables aleatorias X e Y se define como:

$$\rho_{x,y} = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sqrt{E(X - \mu_x)^2 E(Y - \mu_y)^2}}$$

Donde μ_x y μ_y representan la media de X y Y , y las varianzas son finitas. La función de este coeficiente es medir el nivel de dependencia lineal entre dos variables. El coeficiente de correlación sigue dos propiedades: $-1 \leq \rho_{x,y} \leq 1$ y $\rho_{x,y} = \rho_{y,x}$. Las dos variables aleatorias son independientes sí $\rho_{x,y} = 0$. La función de autocorrelación (ACF) debe depender únicamente del intervalo k entre dos variables y no de su posición en el tiempo t . Considerando una serie de tiempo

con estacionariedad débil x_t . El coeficiente de correlación entre x_t y x_{t-k} se denomina autocorrelación de rezago- k de x_t y se denota comúnmente por ρ_k . La función se define:

$$\rho_k = \frac{Cov(x_t, x_{t-k})}{\sqrt{Var(x_t)Var(x_{t-k})}} = \frac{Cov(x_t, x_{t-k})}{Var(x_t)} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$

Donde $Var(x_{t-k}) = Var(x_t)$, porque x_t es débilmente estacionaria. El conjunto de autocorrelaciones $\{\rho_k\}$ se llama función de autocorrelación (ACF) de x_t . Una serie de tiempo débilmente estacionaria x_t no está serialmente correlacionada si $\rho_k = 0$ para todo $k > 0$.

Definición 8 (Coeficiente de autocorrelación parcial): La correlación parcial entre y_t y y_{t-k} es la correlación simple entre y_{t-k} y y_t menos la parte explicada linealmente por los rezagos intermedios. Esto es,

$$\rho_k^* = Corr[y_t - E^*(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-k+1}), y_{t-k}]$$

Donde $E^*(y_t | y_{t-1}, \dots, y_{t-k+1})$ es el mínimo predictor de error cuadrático promedio de y_t por $y_{t-1}, \dots, y_{t-k+1}$. (Greene, W. 2018, p. 617)

Al contar con esta característica en nuestra serie a estudiar, se pueden cometer muchos errores que podrían repercutir enormemente en el análisis final, por lo que la correlación dentro de las series de tiempo financieras debe de ser un concepto para tomarse en cuenta ya que es un comportamiento que suele presentarse con regularidad.

2.2.3 Pruebas de raíz Unitaria (DF, DFA, PP)

Citado anteriormente, la tendencia forma parte importante de la estructura particular de las series de tiempo. Es muy importante conocer cuáles son las principales características que presentan las series para identificar este comportamiento y analizarlo posteriormente, pero de igual forma es muy importante conocer las técnicas y las definiciones de sus procedimientos que se pueden utilizar para entender correctamente como ejecutarlos. Existen distintos métodos para detectar el componente de tendencia en una serie de tiempo. Estos métodos son la interpretación de gráficos y el cálculo del coeficiente de correlación, pero para algunos como Stock (2012, p. 398), estos métodos podrían ser considerados como informales. Sin embargo, existen algunas pruebas

formales como la prueba Dickey-Fuller (DF) y la prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF) que son consideradas pruebas de raíz unitaria y ayudan a comprobar la existencia de la tendencia.

Definición 9 (Raíz unitaria): El término “raíz unitaria” se refiere a la raíz del polinomio en el operador de rezago. Si se tiene $(1 - L) = 0$, $L = 1$, de ahí el nombre de raíz unitaria. Si $\rho = 1$, se expresa como $Y_t - Y_{t-1} = u_t$. Ahora, con el operador de rezago L , de modo que $LY_t = Y_{t-1}$, $L^2Y_t = Y_{t-2}$, etc., se escribe como $(1 - L)Y_t = u_t$. Como lo menciona Gujarati (2009), para explicar el proceso de raíz unitaria es necesario definir un modelo de caminata aleatoria como:

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

Donde se analiza el coeficiente de autocorrelación, si $\rho = 1$ se convierte en un modelo de caminata aleatoria, lo que se le conocería como problema de raíz unitaria, lo que a su vez conduce a la situación de no estacionariedad. Por otro lado, si $|\rho| < 1$, se puede decir que existe evidencia necesaria para demostrar que la serie de tiempo Y_t es estacionaria. Por lo tanto, los siguientes términos se consideran como sinónimos: no estacionariedad, caminata aleatoria, raíz unitaria y tendencia estocástica se consideran sinónimos. Las pruebas de raíz unitaria se construyen mediante una regresión de Y_t sobre su valor rezagado Y_{t-1} , una vez construida la regresión se evalúa si $\rho = 1$, es decir, evalúa si se trata de un proceso estacionario.

2.2.3.1 Prueba Dickey-Fuller (DF)

Siguiendo la explicación de Gujarati (2009, p. 754-757), no es posible estimar la regresión de Y_t sobre su valor rezagado Y_{t-1} por el método de mínimos cuadrados ordinarios y evaluar que $\rho = 1$ mediante la prueba t-student tradicional. Esto se debe a que la prueba cuenta con un sesgo muy marcado en el caso de una raíz unitaria. Por lo que al modelo de caminata aleatoria que se vio anteriormente, se le va a restar Y_{t-1} en ambos lados de la ecuación:

$$\begin{aligned} Y_t - Y_{t-1} &= \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t \\ &= (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t \end{aligned}$$

Lo cual se puede expresar como:

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

donde $\delta = (\rho - 1)$ y Δ es el operador de primeras diferencias. Por lo tanto, a la hora de calcular el nuevo modelo, se tiene una nueva hipótesis nula de que si $\delta = 0$, entonces está presente una raíz unitaria, lo que significa que existe evidencia para probar que la serie de tiempo se considera como no estacionaria. Por esto último se entiende que, si $\delta = 0$, entonces $\rho = 1$. Como se mencionó anteriormente, al momento de hacer la prueba para averiguar si el coeficiente $\delta = 0$, no es posible realizarlo mediante una prueba t, ya que, valor t del coeficiente estimado de Y_{t-1} no sigue la distribución t-student ni siquiera en muestras grandes, es decir, no tiene una distribución normal asintótica.

De acuerdo con la hipótesis nula de que $\delta = 0$, Dickey y Fuller demostraron que el valor t del coeficiente estimado de Y_{t-1} sigue el estadístico τ (tau). Por lo que, este estadístico o prueba tau se le conoce como prueba Dickey-Fuller (DF). Al aplicar la prueba DF es necesario analizar la naturaleza del proceso, ya que esta prueba se estima en tres diferentes casos:

Y_t es una caminata aleatoria: $\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$

Y_t es una caminata aleatoria con deriva⁸: $\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$

Y_t es una caminata aleatoria con deriva alrededor de una tendencia determinista: $\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$

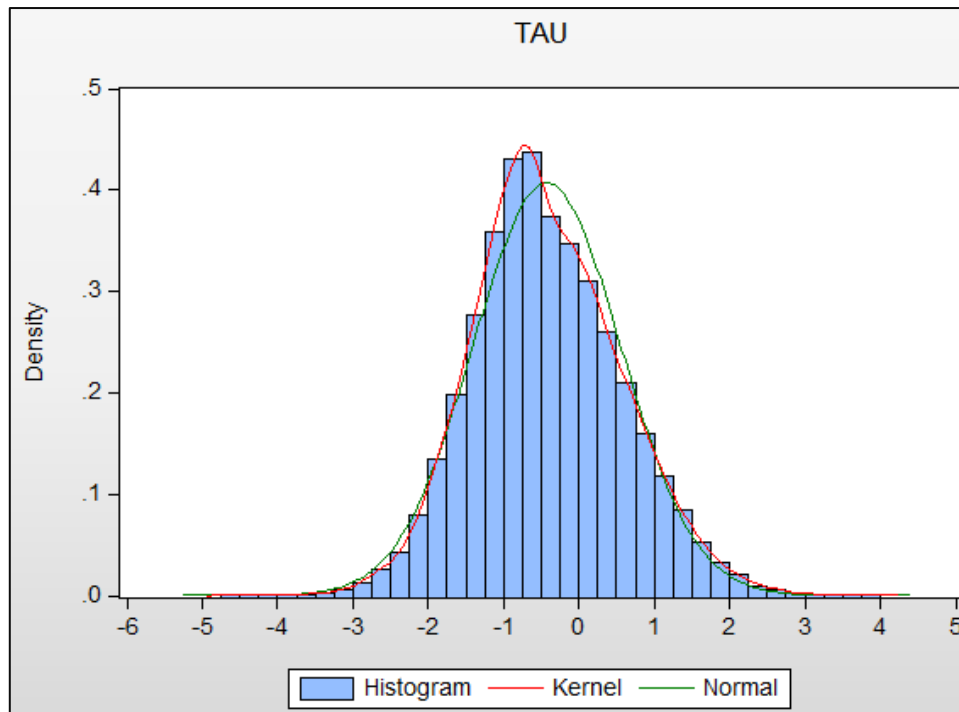
donde t es la variable de tiempo o de tendencia. En cualquier caso, la hipótesis nula plantea que $\delta = 0$, lo que significa que existe una raíz unitaria, es decir que, la serie de tiempo es no estacionaria. Por otro lado, la hipótesis alternativa plantea que $\delta < 0$, lo que establece que la serie de tiempo es estacionaria.

Para comprobar lo antes mencionado, se presenta un experimento de Monte Carlo. Como ejemplo se utiliza la distribución de Dickey-Fuller para desarrollar el denominado estadístico τ (tau). Para este experimento se realizaron 50,000 regresiones dado a que la fiabilidad de dicho experimento

⁸ La caminata aleatoria con deriva es un concepto utilizado en estadísticas y análisis financiero para describir un proceso estocástico donde la variable en estudio sigue una secuencia de movimientos aleatorios, pero también experimenta un desplazamiento sistemático a lo largo del tiempo debido a la presencia de un término constante o de deriva. (Gujarati y Porter, 2009).

está garantizada por la Ley de los grandes Números⁹: a medida que el tamaño de la muestra crece lo suficiente, el estadístico de la muestra converge al verdadero parámetro τ . En la figura 2.6 se puede observar que dicha distribución no es como una distribución normal o una distribución t-student.

Figura 2.6. Comparación gráfica de la distribución normal, t-student y tau



(Elaboración propia en Eviews 12)

⁹ De acuerdo con Gnedenko (1969) la Ley Débil de los Grandes Números, también llamada Teorema de Bernoulli antecedió históricamente a la Ley Fuerte, y en su enunciado clásico establece: "Si la probabilidad de que ocurra un hecho en una prueba única es p , y se hacen varias pruebas, independientemente y en las mismas condiciones, la proporción más probable de que ocurran los hechos en el número total de pruebas es también p ; aún más, la probabilidad que la proporción en cuestión difiera de p en menos de una cantidad dada, por pequeña que sea, aumenta al mismo tiempo que aumenta el número de pruebas"

Y la Ley Fuerte de los Grandes Números, llamada también Teorema de Borel, se puede enunciar así: La frecuencia relativa con que ocurre un hecho en pruebas independientes y en las mismas condiciones converge a la probabilidad del hecho observado con probabilidad 1.

Principales valores para Tau	
Significancia	Valor
10%	-1.62
5%	-1.94
1%	-2.59

Al observar la tabla anterior, se comprueba la fidelidad del experimento dado a que los resultados obtenidos para un estadístico τ (tau) con significancia del 5% con valor de -1.94 es prácticamente igual a los propuestos por diversos autores como lo son Brooks (2019), Charemza y Deadman (1992), Enders (2015) y Patterson (2000).

2.2.3.2 Prueba Dickey-Fuller Aumentada (DFA)

La prueba DF solo funciona cuando el término de perturbación u_t no está correlacionado, por esto, Dickey y Fuller desarrollaron la prueba Dickey-Fuller Aumentada (DFA). Esta prueba consiste en aplicar la adición de los valores rezagados de la variable dependiente ΔY_t a las ecuaciones vistas en la prueba DF. La prueba DFA consiste en estimar la siguiente regresión:

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \alpha_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde ε_t es un término de error puro de ruido blanco y $\Delta Y_{t-1} = (Y_{t-1} - Y_{t-2})$, $\Delta Y_{t-2} = (Y_{t-2} - Y_{t-3})$, etc. En la prueba DFA se sigue evaluando las mismas hipótesis, es decir, la hipótesis nula plantea que $\delta = 0$, lo que significa que la serie de tiempo es no estacionaria y la hipótesis alternativa plantea que $\delta < 0$, lo que significa que la serie de tiempo es estacionaria. Además, esta prueba sigue la misma distribución asintótica que el estadístico DF, por lo que se sirven los mismos valores críticos.

2.2.3.3 La prueba Phillips-Perron (PP)

Como lo menciona Heij (2004, p. 597-598), las pruebas anteriores son válidas bajo el supuesto de que los términos de error ε_t son ruido blanco normalmente distribuido. En la práctica, las series de tiempo se caracterizan por fluctuaciones a corto plazo en el sentido de que las series sin tendencia están correlacionadas a lo largo del tiempo. Los modelos anteriores ignoran esto, por lo que los residuos presentan correlación en serie y los valores críticos no son válidos. Sin embargo, para Brooks (2019, p. 330), la prueba PP y ADF son muy similares, ya que, suelen dar las mismas conclusiones y sufren de las mismas limitaciones importantes. La prueba PP consiste en estimar la siguiente regresión:

$$Y_t = \delta_t + \gamma Y_{T-1} + \gamma_1 \Delta Y_{t-1} + \dots + \gamma_p \Delta Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

Donde δ_t puede ser 0, u_t ó $u + \beta t$.

Las pruebas para identificar la tendencia tienen particularidades y cualidades específicas para analizar casos distintos, mientras las pruebas desarrolladas por DF centran su análisis partiendo que la serie trabaja con términos de error con comportamiento de ruido blanco con distribución normal (esto sirve en su mayoría para analizar casos en el campo de estudio), la prueba PP promueve su estudio en situaciones reales de las series de tiempo.

2.2.4 Caminata Aleatoria, Ruido blanco y series de tiempo lineales

La transformación de una caminata aleatoria a un ruido blanco empleando tasas de cambio y/o diferencias logarítmicas es un enfoque crucial en el análisis de series de tiempo. Como se sabe la caminata aleatoria es un proceso estocástico en el que las observaciones están determinadas por incrementos aleatorios sucesivos. Las series de tiempo, como el tipo de cambio, los precios o las remesas, son inherentemente no estacionarias y suelen presentar una tendencia temporal que dificulta el análisis y la modelización precisa (Enders, 2015). La presencia de tendencia en las series de tiempo puede deberse a diversos factores, como cambios estructurales en la economía, políticas gubernamentales o eventos macroeconómicos (Hamilton, 1994).

Para abordar la no estacionariedad y la presencia de tendencia en las series de tiempo, es común aplicar técnicas de transformación de series temporales, como la diferenciación logarítmica. Ésta

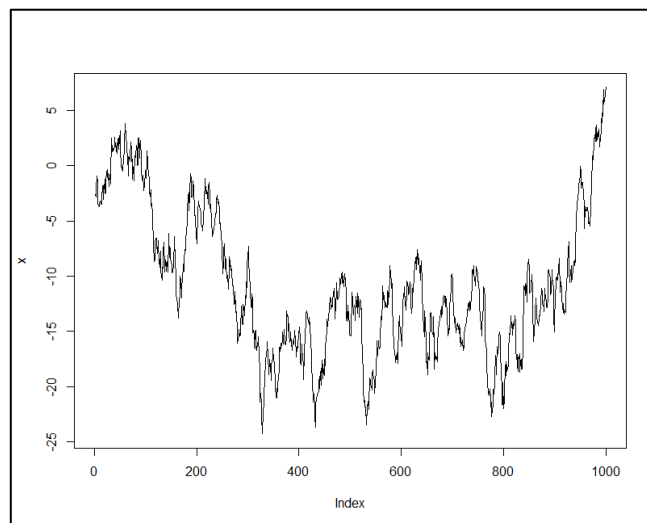
implica calcular la diferencia entre observaciones consecutivas, lo que permite eliminar la tendencia y obtener una serie estacionaria. Esta técnica es ampliamente utilizada en el análisis de series de tiempo para facilitar el modelado y el estudio de los patrones inherentes en los datos (Box et al., 2015). Para transformar una caminata aleatoria en un ruido blanco, también es común utilizar las tasas de cambio, también denominadas tasas de crecimiento, de las observaciones. Éstas representan la variación relativa entre observaciones consecutivas y se calculan dividiendo la diferencia entre dos observaciones por el valor anterior. Esta transformación permite eliminar la tendencia y convertir la serie de tiempo en una serie estacionaria, lo cual es fundamental para aplicar técnicas de modelado y pronóstico (Enders, 2015).

Además de las tasas de cambio, las diferencias logarítmicas también son una herramienta ampliamente utilizada en la transformación de caminatas aleatorias. Las diferencias logarítmicas se calculan tomando el logaritmo de las observaciones y luego la diferencia entre los logaritmos de dos observaciones consecutivas. Al igual que las tasas de cambio, esta transformación permite eliminar la tendencia y lograr la estacionariedad de la serie de tiempo, facilitando así el análisis y la modelización (Hamilton, 1994). A continuación, se definen los conceptos de forma precisa. La caminata aleatoria, también conocida como "caminar del borracho", es un concepto ampliamente utilizado en el análisis de series de tiempo y tiene similitudes con las variables nominales. La caminata aleatoria se refiere a un tipo de proceso estocástico en el que las observaciones cambian de manera aleatoria y sin seguir ningún patrón discernible (Liu y Granger, 2004). Este fenómeno se asemeja a las variables nominales (tipo de cambio, índice nacional de precios al consumidor, inversión extranjera directa, tasas de interés, monto de la deuda externa, entre otras), que representan categorías o nombres sin un orden inherente.

Al igual que en una caminata aleatoria, las variables nominales carecen de una tendencia o dirección específica. En el caso de las variables nominales, las categorías o nombres representan diferentes estados o características que no pueden ser ordenados de manera lineal. Esta falta de orden en las variables nominales se asemeja a la naturaleza aleatoria y sin dirección de una caminata aleatoria.

Definición 10 (Caminata aleatoria): El modelo más simple para describir la caminata aleatoria es: $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$ Donde ε_t es un término de error puro de ruido blanco. El nombre de "caminata aleatoria" se debe al hecho de que no se puede predecir la dirección de la tendencia, porque para un valor dado de Y_{t-1} es igualmente probable que $Y_t > Y_{t-1}$ como que $Y_t < Y_{t-1}$. (Heij, C. de Boer, P. Hans, P. Kloek, T. y van Dijk, H. 2004, p. 579). En la figura 2.7 se puede observar un ejemplo de caminata aleatoria, donde se puede ver que no existe una tendencia marcada ya que las fluctuaciones son meramente aleatorias y muy complicadas de predecir.

Figura 2.7. Simulación de caminata aleatoria



(Elaboración propia en R-project)

El modelo de caminata aleatoria se puede adaptar para modelar un incremento al pasar el tiempo a pesar de la volatilidad. Para modelarlo es necesario incluir un parámetro de deriva.

$$Y_t = Y_{t-1} + \delta + \varepsilon_t$$

Cuando se añade una deriva al modelo de caminata aleatoria, se considera que las observaciones tienen una tendencia constante a aumentar o disminuir en cada paso de tiempo. Esto implica que, en promedio, las observaciones se desplazan en una dirección específica a lo largo del tiempo. Este concepto es conocido como "caminata aleatoria con deriva" y se utiliza para modelar series que exhiben un crecimiento o disminución constante a largo plazo (Campbell y Diebold, 2005). Por otro lado, el modelo de caminata aleatoria con tendencia sin deriva se refiere a una serie de tiempo

en la que las observaciones presentan una tendencia a largo plazo, pero sin una deriva constante en cada paso de tiempo. Esto significa que las observaciones pueden aumentar o disminuir de manera sistemática a lo largo del tiempo, pero sin seguir un patrón constante de crecimiento o disminución en cada intervalo de tiempo (Brooks, 2019).

En contraste, el modelo de caminata aleatoria sin deriva y sin tendencia implica que las observaciones cambian de manera puramente aleatoria sin mostrar ninguna tendencia a largo plazo. En este caso, las observaciones fluctúan de manera errática alrededor de un valor medio constante, sin seguir ningún patrón discernible de crecimiento o disminución sistemática (Chatfield, 2004). Estos modelos ofrecen, a través de estas estructuras, distintas formas de describir y analizar las características de las series de tiempo.

El proceso de ruido blanco es un concepto fundamental en el análisis de series de tiempo y se utiliza para describir una secuencia de observaciones no correlacionadas y aleatorias. El ruido blanco se caracteriza por tener una media constante igual a cero, una varianza constante y covarianzas nulas entre las observaciones (Brockwell y Davis, 2016). Este proceso estocástico se asemeja a las variables reales que son estables en media, varianza y covarianza. La similitud entre el ruido blanco y las variables reales estables en media, varianza y covarianza radica en su naturaleza aleatoria y la ausencia de patrones o tendencias discernibles. Tanto el ruido blanco como las variables reales estables son fundamentales en el análisis y la modelización de series de tiempo, ya que proporcionan una referencia importante para evaluar la presencia de patrones o relaciones significativas en los datos.

Definición 11 (Ruido blanco): Un proceso con todas las autocorrelaciones iguales a cero, se llama ruido blanco. El ruido blanco tiene que cumplir con todas las propiedades (media cero, homocedástico, no correlacionado) del término de perturbación en el modelo de regresión estándar (Heij, C. de Boer, P. Hans, P. Kloek, T. y van Dijk, H. 2004, p. 537). Las propiedades se representan como:

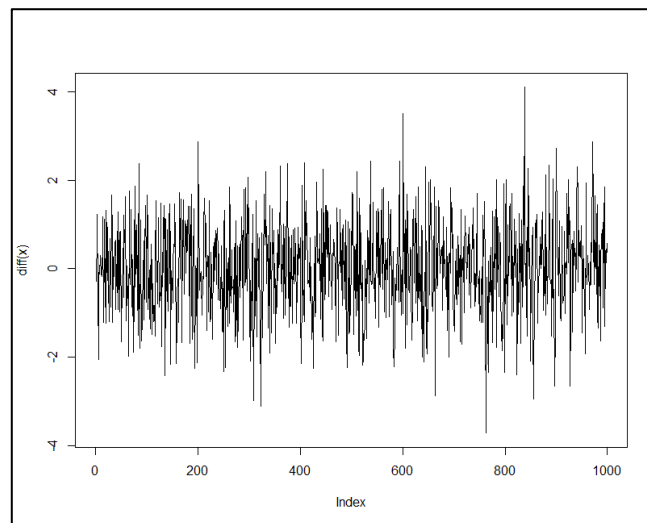
$$E[\varepsilon_t] = 0 \quad \text{para todo } t,$$

$$E[\varepsilon_t^2] = \sigma^2 \quad \text{para todo } t,$$

$$E[\varepsilon_s \varepsilon_t] = 0 \quad \text{para todo } s \neq t.$$

Las diferencias de primer orden de una caminata aleatoria son una serie de ruido blanco. Por lo que a la figura 2.6 se le aplicó una diferencia de primer orden y se obtiene la figura 2.8 como ejemplo de ruido blanco. El ruido blanco es más sencillo de modelar ya que se convierte en un proceso estacionario.

Figura 2.8. Ejemplo de ruido blanco aplicando primera diferencia a una caminata aleatoria (simulación)



(Elaboración propia en R-project)

Definición 12 (Series de tiempo lineales): Una serie de tiempo es lineal si se puede escribir como una combinación lineal de innovaciones pasadas. Se dice que una serie de tiempo x_t es lineal si se puede escribir como:

$$x_t = \mu + \sum_{i=0}^{\infty} \psi_i a_{t-1}$$

Donde μ es la media de x_t , $\psi_0=1$ y $\{a_t\}$ es una secuencia de variables aleatorias con media 0 y una distribución bien definida. (Tsay, R. 2012, p. 50). Una serie de tiempo lineal es aquella en la que una serie de tiempo x_t puede verse como una combinación lineal de valores o diferencias pasadas o futuras. Generalmente, las series de tiempo lineales se modelan como modelos autorregresivos o de media móvil que combinados, se convierten en un proceso ARIMA. Estos procesos, en gran medida, son difíciles para determinar cuál es el que mejor se adapte al

comportamiento de los datos que se desean modelar, en el siguiente apartado se expone una forma de realizar esta selección de una forma eficiente y organizada.

2.3 Metodología Box Jenkins

Para la calibración del modelo se elige la metodología Box-Jenkins ya que presenta un procedimiento sistemático y ordenado que permite elegir entre la opción que satisfaga las expectativas que se tienen en cuanto a un pronóstico. Entre las opciones a elegir, se encuentran los modelos autorregresivos simples AR(p), modelos de medias móviles MA(q), Modelo autorregresivo y de promedios móviles ARMA(p,q) y Proceso autorregresivo integrado de promedios móviles ARIMA(p,d,q). La metodología es muy útil, ya que permite comparar estos modelos con sus diferentes combinaciones de parámetros e identificar cuál es el mejor esquema para los datos seleccionados.

2.3.1 Modelos Autorregresivos Simples (AR)

Los modelos autorregresivos son modelos de regresión que incluyen valores rezagados de la variable dependiente entre sus variables explicativas, es decir, la variable dependiente y la variable explicativa son la misma variable, pero se encuentra en periodos de tiempo diferentes.

Definición 13 (Modelo AR(p)): Un modelo autorregresivo de orden p (AR(p)) se representa como:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \quad t = p + 1, 2, \dots, n$$

Donde α y ϕ son parámetros desconocidos. El proceso ε_t es un ruido blanco con la propiedad de $E[\varepsilon_t y_{t-k}] = 0$ para todo $k \geq 1$. (Heij, C. de Boer, P. Hans, P. Kloek, T. y van Dijk, H. 2004, p. 538-539). Para Heij (2004, p.539) la expresión anterior se puede escribir de una forma más concisa si se utiliza un operador de rezagos definido como $Ly_t = y_{t-1}$. Por lo que dicha expresión se ve como:

$$\phi(L)y_t = \alpha + \varepsilon_t, \quad \phi(L) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$$

Las propiedades estadísticas de este modelo AR(p) están determinadas por los parámetros ϕ_1, \dots, ϕ_p . El número de retardos, p, incluidos en un modelo AR(p) se denomina orden, o longitud de los retardos, de la autoregresión. En primer lugar, se tiene que tomar en cuenta la condición de estacionariedad, para Heij (2004, p.539) la condición de estacionariedad se puede expresar como las raíces del polinomio $\phi(z)$, al factorizar este polinomio en términos de sus raíces p, se tiene que:

$$\phi(z) = (1 - \alpha_1 z)(1 - \alpha_2 z) \dots (1 - \alpha_p z)$$

Este proceso es estacionario si y solo si $|\alpha_k| < 1$ para todo $k = 1, \dots, p$.

El modelo más sencillo de autocorrelación es un modelo AR(1), el cual cuenta con una variable que es afectada únicamente por su pasado anterior y no existen más variables que influyan para determinar su valor.

Definición 14 (Modelo AR(1)): Un modelo autorregresivo de primer orden se representa como:

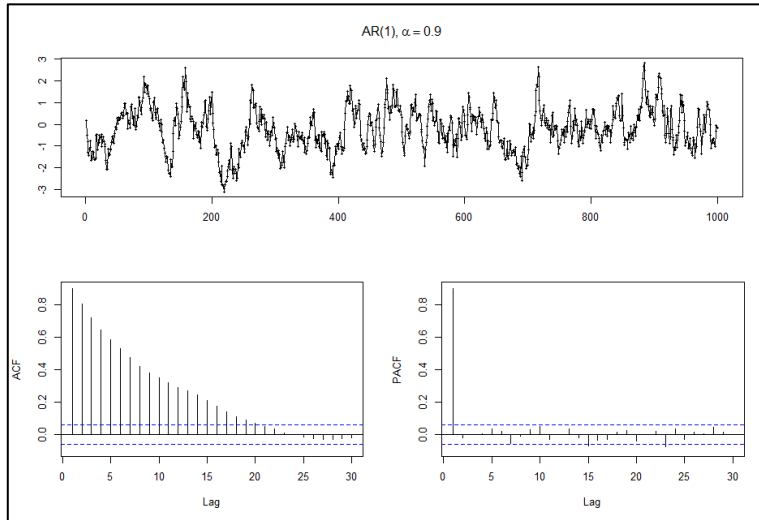
$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Donde ε_t es una serie de ruido blanco con media cero y varianza σ^2 (Cowpertwait, P. y Metcalfe, A. 2009, p. 80). Sobre la ecuación anterior, Cowpertwait, P. y Metcalfe (2009, p. 81) señalan que la función de autocorrelación se define como:

$$\rho_k = \alpha^k \quad k \geq 0$$

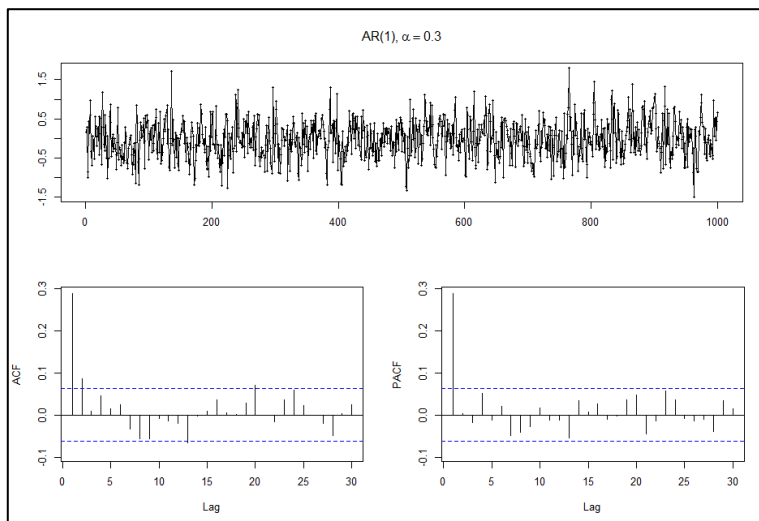
Donde $|\alpha| < 1$. Y, por lo tanto, mientras más pequeño sea α , el correlograma presenta una decaída a cero más rápida. En cuanto a la autocorrelación parcial en rezagos k es la correlación que resulta después de eliminar el efecto de cualquier correlación debido a los términos en rezagos más cortos. Por lo tanto, la autocorrelación parcial de un proceso AR (1) es cero para todos los rezagos mayores que 1. En las figuras 2.9 y 2.10, se puede comprobar lo antes mencionado por Cowpertwait, P. y Metcalfe (2009), mientras más bajo sea el valor de α , el correlograma presenta una tendencia decreciente a cero más rápida, por ejemplo, en la figura 2.9, cuando $\alpha = 0.90$ la caída a cero es mucho más lenta que en la figura 2.10, cuando $\alpha = 0.30$. Al igual que en ambas figuras se puede notar que en el correlograma parcial únicamente el primer rezago es significativo.

Figura 2.9. Ejemplo proceso AR(1) con $\alpha = 0.90$ (simulación)



(Elaboración propia en R-project)

Figura 2.10. Ejemplo proceso AR(1) con $\alpha = 0.30$ (simulación)



(Elaboración propia en R-project)

Los modelos AR son un gran complemento para determinar los modelos ARMA, pero tiene especificaciones para análisis determinados, en específico este modelo entre más datos históricos se tengan para realizar el modelo, más información estadística potencial se obtiene. Por otro lado, los modelos de medias móviles trabajan de manera similar, pero con datos capturados de una

manera muy peculiar, cuando se agregan más valores de los periodos más reciente, se tienen que eliminar de igual forma los datos que poseen mayor antigüedad.

2.3.2 Modelos de Medias Móviles Simples (MA)

A diferencia del modelo autorregresivo (AR), el modelo de promedio móvil de orden q, MA (q) supone que y_t se encuentre en el lado izquierdo de la ecuación y ε_t a la derecha. Los lados de la ecuación definitoria se combinan linealmente para formar los datos observados. Será de suma importancia resaltar las desigualdades que tienen ambos modelos en cada parte de la composición de sus prototipos.

Definición 15 (Modelo MA(q)): El modelo de medias móviles de orden q, MA(q), está definido por:

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} + \theta_2\varepsilon_{t-2} + \dots + \theta_q\varepsilon_{t-q}$$

Donde hay q rezagos en la media móvil y $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ ($\theta \neq 0$) son los parámetros. E igualmente, se asume que ε_t es una serie de ruido blanco con media cero y varianza σ_ε^2 . (Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p.90). El sistema es el mismo que el promedio móvil infinito definido como un proceso lineal, donde $\psi_0 = 1, \psi_j = \theta_j$, para $j = 1, \dots, q$ y $\psi_j = 0$ para otros valores. También se puede escribir el proceso MA (q) en la forma equivalente:

$$y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Utilizando el operador de la media móvil se tiene que:

$$\theta(B)\varepsilon_t = 1 + \theta_1B + \theta_2B^2 + \dots + \theta_qB^q$$

A diferencia del proceso autorregresivo, el proceso de media móvil es estacionario para cualquier valor de los parámetros $\theta_1, \dots, \theta_q$.

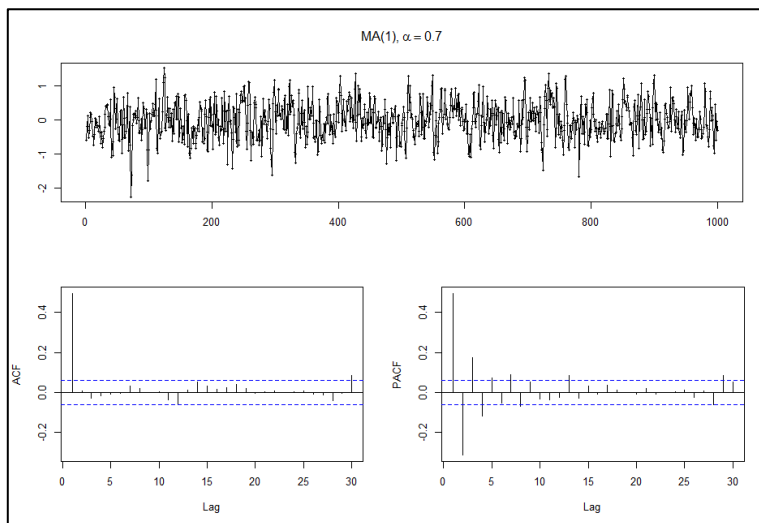
Definición 16 (Modelo MA(1)): Un modelo de medias móviles de primer orden se representa como:

$$y_t = \varepsilon_t + \theta_1\varepsilon_{t-1} \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Donde ε_t es una serie de ruido blanco con media cero y varianza σ_ε^2 (Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p.90).

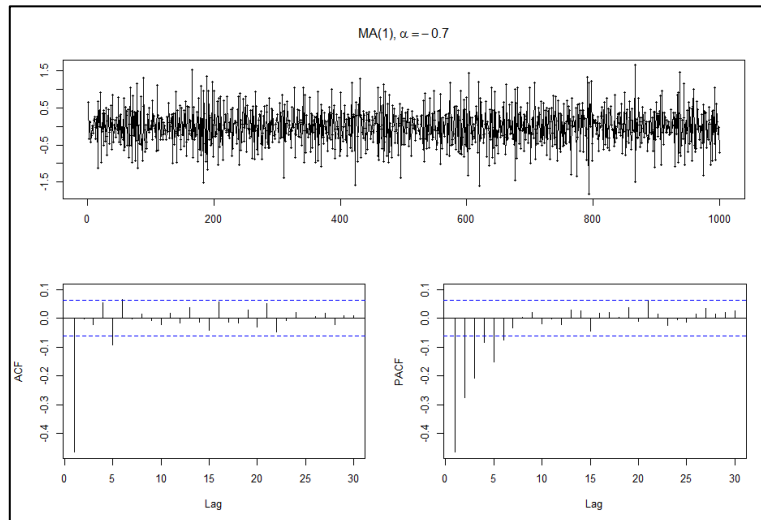
En las diferentes gráficas de las figuras 2.11 y 2.12, en primer lugar, se identifica que entre menor sea el valor que tome θ , nuestra serie de tiempo se percibe más como un ruido blanco. Igualmente se puede notar en los correlogramas que un menor θ denota mayor aleatoriedad de los datos en los diferentes rezagos mostrados.

Figura 2.11. Ejemplo proceso MA(1) con $\theta = 0.70$



(Elaboración propia en R-project).

Figura 2.12. Ejemplo proceso MA(1) con $\theta = -0.70$



(Elaboración propia con R-project).

Esta técnica es utilizada en muchas ocasiones, pero dada su baja complejidad, no es muy tomada en cuenta para análisis más sofisticados por la forma en la que se manejan los datos obtenidos para formar la serie de tiempo y desarrollar su posterior estudio, además de contar con una restricción muy importante dentro de la evaluación de las series temporales (tendencia), este comportamiento resulta una complicación en muchas ocasiones para explicar correctamente los movimientos que la serie efectuara.

2.3.3 Modelos Autorregresivos y de Medias Móviles (ARMA)

Una vez definido cómo se conforma de forma general un modelo autorregresivo AR(p) y un modelo de medias móviles MA(q). Enders (2015, p.51) establece que un modelo autorregresivo y de medias móviles está conformado por estos dos procesos, los procesos AR(p) y MA(q). Por lo que, en un modelo ARMA, cuando $q=0$, el modelo es llamado autorregresivo de orden p, AR(p), y cuando $p=0$, el modelo se denomina media móvil de orden q, MA(q). Ahora se procede con el desarrollo general de modelos autorregresivos, promedio móvil y promedio móvil autorregresivo mixto (ARMA), para series de tiempo estacionarias.

Definición 17 (Modelo ARMA(p,q)): Teniendo en cuenta que $\{x_t; t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ es un modelo ARMA si es un proceso estacionario y si:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Donde $\phi_1 \neq 0, \theta_q \neq 0$ y $\sigma_\varepsilon^2 > 0$. Los parámetros p y q son llamados por orden autorregresivo y orden de medias móviles respectivamente. (Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p.92). Si y_t tiene una media cero μ , se define $\alpha = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$ y el modelo se reescribiría como:

$$y_t = \alpha + \phi_1 y_{t-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Donde se asume que ε_t es una serie de ruido blanco con media cero y varianza σ_ε^2 , a menos que se indique lo contrario. Como se ha detallado, los modelos ARMA resultan de gran utilidad cuando se manejan series que presentan comportamientos estacionales, pero no son de gran ayuda cuando se presentan series no estacionarias, lo que hace que los modelos ARIMA tomen gran importancia dentro del análisis y estudio de las series de tiempo

2.3.4 Modelos Autorregresivos Integrado y de Medias Móviles (ARIMA)

De acuerdo con Heij (2004, p.580), el modelo de caminata aleatoria se puede ampliar incluyendo un término e incorporando términos autorregresivos (AR) Y medias móviles (MA). Donde se crea un modelo ARMA integrado, o ARIMA, el cual es una ampliación de la clase de modelos ARMA para incluir la diferenciación. Si a un modelo de caminata aleatoria $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t$, se le aplica una diferencia, se identifica que $\nabla Y_t = \varepsilon_t$ es estacionario. Y por esto es por lo que un modelo ARIMA es sumamente útil, ya que permite trabajar directamente con series de tiempo no estacionarias y así modelarlas.

Definición 18 (Modelo ARIMA(p,d,q)): Se dice que un proceso y_t es ARIMA (p, d, q) si:

$$\nabla^d y_t = (1 - B)^d y_t$$

Es un modelo ARMA(p,q). El modelo anterior se puede reescribir como:

$$\phi(B)(1 - B)^d y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Y si $E(\nabla^d y_t) = \mu$, el modelo se puede escribir como:

$$\phi(B)(1 - B)^d y_t = \delta + \theta(B)\varepsilon_t$$

Donde $\delta = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$. (Shumway, R. y Stoffer, D. 2017, p.141).

Definición 19 (Modelo ARIMA(p,1,q)): Como menciona Cryer (2008, p. 92), para efectos prácticos en un modelo ARIMA(p,d,q), normalmente d toma valor de 1 o como máximo toma valor de 2. Considerando un proceso ARIMA(p,1,q) $\nabla^d y_t = y_t - y_{t-1}$ se tiene:

$$\nabla^1 y_t = \phi_1 \nabla^1 y_{t-1} + \dots + \phi_p \nabla^1 y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Lo que en termino de series observadas se vería como:

$$y_t - y_{t-1} = \phi_1 (y_{t-1} - y_{t-2}) + \dots + \phi_p (y_{t-p} - y_{t-p-1}) + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Y que se puede reescribir como:

$$y_t = (1 + \phi_1)y_{t-1} + (\phi_2 - \phi_1)y_{t-2} + \dots + (\phi_p - \phi_{p-1})y_{t-p} - \phi_p y_{t-p-1} + \dots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Las raíces de este polinomio se deberían parecer a las raíces del polinomio característico de un proceso estacionario ∇Y_t .

Las representaciones explícitas de la serie observada en términos de ε_t o de la serie de ruido blanco subyacente a ε_t son más difíciles que en el caso estacionario. Dado que los procesos no estacionarios no están en equilibrio estadístico, no se puede suponer que van infinitamente al pasado o que comienzan en $t = -\infty$. Sin embargo, se asume que comienzan en algún momento $t = -m$, es decir, donde $-m$ es anterior al tiempo $t = 1$, momento en el cual se observa por primera vez la serie. Por conveniencia, se toma $Y_t = 0$ para $t < -m$. La ecuación de diferencia $Y_t - Y_{t-1} = \varepsilon_t$ se puede resolver sumando ambos lados de $t = -m$ a $t = t$ para obtener la representación:

$$Y_t = \sum_{j=-m}^t \varepsilon_j$$

para el proceso ARIMA ($p, 1, q$). Donde se expresa Y_t en términos de una serie de ruido blanco. Este tipo de modelos se utilizan ya que, capturan gran parte de comportamientos que pudiera llegar a presentar una serie de tiempo. Por lo que es muy importante realizar algunos pasos establecidos por la metodología Box-Jenkins para realizar un modelado correcto y así evitar futuros errores o una mayor volatilidad en los pronósticos.

2.4 Identificación, estimación, diagnóstico y pronóstico de una serie de tiempo

Este apartado es de gran ayuda para desarrollar un modelo óptimo para la serie de estudio. La identificación ayuda a encontrar hipotéticamente el modelo que presente un mayor ajuste respecto a los datos, es importante mencionar que se deben tener en cuenta una cantidad de por lo menos 2 modelos candidatos que pudieran describir la serie. La estimación aporta un gran valor al evaluar y realizar inferencia de los parámetros, además de establecer si el modelo realmente sirve para describir las características que la serie presenta. Posteriormente, los diagnósticos permiten validar lo que se ha estudiado con respecto al modelo seleccionado y como paso final, el pronóstico sirve para obtener información futura y de alguna manera beneficiarse de la misma. Como se vio anteriormente, se emplea la metodología Box-Jenkins la cual consiste en 4 pasos. Estos pasos son la identificación del modelo, la estimación de los parámetros, diagnóstico del modelo y el pronóstico. De igual forma, se recuerda el concepto del principio de parsimonia y el principio de mejoramiento iterativo, ya que son fundamentales para esta metodología.

Definición 20 (Principio de parsimonia): Consiste en elegir siempre el modelo más sencillo que sea suficientemente representativo de los datos. Se basa en la filosofía propuesta por William de Occam, que señala: de entre cosas iguales, la solución más sencilla tiende a ser la mejor. Dicho de otra manera, no se deben agregar al modelo elementos que no estén plenamente justificados. (González, M. 2011, p. 23).

Definición 21 (Principio de mejoramiento iterativo): Consiste en que, partiendo de un modelo sencillo y factible, se implementan mejoramientos sucesivos, hasta llegar a un modelo satisfactorio. (González, M. 2011, p. 23).

La primera etapa consiste en la identificación del modelo tentativo, en este paso se requiere encontrar los valores apropiados de p, d y q para encontrar el modelo ARMA que pueda ajustar de

mejor manera a los datos. Para esta etapa se pueden usar herramientas como la función de autocorrelación (ACF), la función de autocorrelación parcial (PACF) y los correlogramas respectivos. En términos generales, estas herramientas ayudan a conocer el cómo se comportan los datos y así proponer un mejor modelo. La segunda etapa es la estimación de parámetros, una vez identificado el o los modelos tentativos, se tienen que estimar los parámetros. Dependiendo del modelo elegido, se debe estimar el término constante, los coeficientes autorregresivos y de medias móviles. Para esta etapa lo más común es utilizar el método de máxima verosimilitud o mínimos cuadrados ordinarios.

Una vez identificado el modelo y calculado los parámetros, es muy importante validar el ajuste a los datos, por lo que la tercera etapa es el diagnóstico. En esta etapa se debe de obtener los residuos del modelo, ya que a estos residuos se les va a evaluar la estacionariedad, por lo que, como antes se mencionó, para ayudar a esta tarea se deben realizar los correlogramas y las pruebas de raíz unitaria. Si los residuos son estacionarios, se puede llegar a la conclusión de que el modelo ajustó correctamente a los datos. En caso de que los residuos no presenten estacionariedad, se deben evaluar los datos y hacer las transformaciones necesarias.

Por último, cuando el modelo pase las pruebas necesarias para la validación, es decir, comprobar que el modelo se ajustó correctamente a los datos, se pueden usar los parámetros estimados en la etapa 2 y con ellos realizar pronósticos. Estos incluyen un valor puntual y un intervalo de confianza que se puede definir, cabe recalcar que mientras más periodos se proyecten hacia delante, más impreciso se vuelve el pronóstico. En toda metodología, de cualquier rama científica, los procesos resultan ser muy relevantes y útiles. El caso de los modelos expuestos en este apartado no es la excepción, porque al eludir alguno de los cuatro componentes se presentan deficiencias y errores que pudiesen evitarse desde un inicio, si se siguen las “instrucciones” establecidas.

2.5 Conclusiones

A lo largo de este capítulo se han abordado diversos aspectos relacionados con el análisis y pronóstico de series de tiempo financieras, específicamente en el contexto del tipo de cambio. A través de la revisión y aplicación de diferentes métodos y enfoques, se ha logrado obtener una

comprensión más profunda de la naturaleza y el comportamiento de estas series. En primer lugar, se han presentado definiciones claras y precisas de las series de tiempo financieras, destacando su importancia en el estudio de variables económicas como el tipo de cambio. Estas definiciones, respaldadas por investigaciones previas, han permitido establecer una base sólida para el análisis posterior.

En segundo lugar, se ha abordado el concepto de estacionariedad y se han explorado métodos para detectar la presencia de raíces unitarias en las series de tiempo financieras. Las pruebas de Dickey Fuller Aumentada (ADF) y Phillips Perron son dos herramientas fundamentales utilizadas para este propósito. Mediante la aplicación de estas técnicas, se ha podido evaluar la estacionariedad de las series y determinar si existe una tendencia persistente o una raíz unitaria presente en el tipo de cambio. En tercer lugar, se ha investigado la relación entre la caminata aleatoria y el ruido blanco en las series de tiempo financieras, con un enfoque particular en la transformación a tasas de cambio. La caminata aleatoria representa un modelo en el cual las alteraciones en el tipo de cambio son impredecibles y no exhiben una estructura discernible. Por otro lado, el ruido blanco es un componente aleatorio sin correlación serial. La transformación a tasas de cambio permite hacer que la serie sea estacionaria y, por lo tanto, más adecuada para el análisis y pronóstico.

Finalmente, se ha abordado la metodología Box-Jenkins para pronósticos en el contexto de series de tiempo financieras. Esta metodología se basa en la identificación, estimación y diagnóstico de modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) para realizar pronósticos precisos. Su aplicación ha demostrado ser una herramienta efectiva para generar predicciones confiables del tipo de cambio. Pese a que se considere este proceso, hoy día existen softwares estadísticos como R-project o E-views que permiten llevar a cabo dicha metodología de manera práctica gracias a las rutinas y algoritmos con los que cuentan. Pese a la practicidad que podría aportar el uso de dichos softwares para el seguimiento de la metodología. No se debe olvidar la importancia de los conocimientos y las habilidades que pueda llegar a generar el analista en sus años de experiencia. Por ejemplo, los traders que deben poseer conocimientos analíticos, estadísticos, de probabilidad e incluso inteligencia emocional para desarrollan una mejora notable y con ello construir un modelo congruente.

Capítulo 3 Modelos de heterocedasticidad condicional

3.1 Introducción

En las últimas décadas se ha presenciado una considerable apertura a los mercados financieros, los cuales han ayudado a una gestión más general (global) de los activos manejados a nivel mundial. Como resultado del fenómeno de globalización, se han creado múltiples plataformas, con las que se puede interactuar dentro de los mercados sin ninguna restricción. Prueba de ello son las criptomonedas, las cuales han tenido un crecimiento considerable en los últimos años. Hoy en día no hay ningún obstáculo para tener interacción en estos mercados, lo mismo ocurre con las acciones, interacciones con el tipo de cambio, o los derivados, que se encuentran en el mercado bursátil y extrabursátil.

El tipo de cambio y el mercado de valores son fundamentales en los negocios internacionales a nivel mundial, existen diversos estudios que relacionan estas dos variables Ong e Izan (1999) donde muestran la relación entre los rendimientos y el tipo de cambio, Griffin y Stulz (2001), mostrando que con ayuda de este análisis se puede invertir asumiendo un menor riesgo (Suriani, 2015, p. 385). Mandelbrot (1963) realizó uno de los trabajos principales acerca del comportamiento de los precios especulativos, lo cual fue de bastante ayuda, porque fue uno de los primeros documentos que tomó como referencia las particularidades estadísticas de los precios de recursos financieros. En las últimas dos décadas se han desarrollado nuevas técnicas econométricas y con ellas, el inicio de los modelos de heteroscedasticidad condicional, por lo que la mejora, en cuanto a la forma en que se realizan estudios y análisis sobre el tipo de cambio ha sido evidente.

Existe diferentes formas de analizar los diferentes tipos de cambio que se manejan en el mercado financiero (USDMXN; EURUSD; EURGBP; USDCAD, etc.) entre estos análisis se utiliza el técnico y el fundamental, pero los modelos de volatilidad condicional autorregresiva (ARCH) y generalizada (GARCH) crean una forma teórica-matemática de observar el comportamiento, con un formato estadístico y probabilístico, el cual puede ser de gran utilidad para estudiar la actuación del tipo de cambio con un conjunto de variables que pueden determinar su precio. Los modelos de volatilidad condicional, también conocidos como modelos GARCH (del inglés Generalized

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity), son una herramienta útil en el análisis de series de tiempo financiero. Permiten modelar la varianza condicional de una variable, es decir, la volatilidad que se modifica en el tiempo y que está condicionada a las observaciones pasadas. Este tipo de modelos exhiben el fenómeno de la volatilidad, que es una característica importante y necesaria para la evaluación de riesgo.

Tsay (2014) aborda el tema de los modelos de volatilidad condicional, proporcionando una introducción y una explicación detallada de la teoría detrás de los modelos GARCH. Enders (2015), también proporciona una buena introducción a los modelos GARCH y su aplicación en el análisis de series de tiempo financiero. Por su parte, Wooldridge (2010) describe el uso de los modelos GARCH en el análisis de datos de panel, mientras que Brooks (2019) se enfoca en la aplicación de los modelos GARCH en la econometría financiera. En esta misma línea, Baltagi (2019) presenta una discusión sobre los modelos de series de tiempo y panel con errores heteroscedásticos, incluyendo el modelo GARCH. Greene (2018) también presenta el uso de los modelos GARCH en el análisis de series de tiempo financieras. Finalmente, Shumway y Stoffer (2017) proporcionan una guía detallada para el análisis de series de tiempo utilizando R-project, que incluye una discusión sobre modelos GARCH.

Tsay (2014) se enfoca específicamente en los modelos de series de tiempo multivariados con aplicación financiera, proporcionando una descripción detallada de los modelos GARCH multivariados y su aplicación en el análisis de riesgo financiero. Los modelos GARCH se han convertido en una de las herramientas más útiles en el análisis de series de tiempo financieras y son ampliamente utilizados en el campo de la econometría financiera.

En este capítulo se abordan los modelos de volatilidad condicional que cambiaron la forma de observar y analizar las variables financieras. Estas estructuras han sufrido muchos ajustes para poder captar la mayor cantidad de características que las variables económicas y financieras presentan. Cabe mencionar que un gran porcentaje de estas características pertenecen a comportamientos que se han observado derivado de los estudios elaborados por (Mandelbrot (1963), Lutkepohl (2004), Levich (1975)), con ayuda de dichos estudios se han percibido diversidad de patrones estadísticos que se repiten constantemente. (Casper de Vries, 1994, p. 4)

Como consecuencia de los patrones analizados, ha surgido una amplia variedad de estructuras matemáticas que buscan representar el comportamiento de los fenómenos económicos y financieros, y de forma particular la volatilidad de las variables que requieren un análisis estadístico. A estos patrones se les conoce como hechos estilizados, estos conceptos han ayudado a comprender el comportamiento de las series de tiempo y sus regularidades empíricas.

3.2 Hechos estilizados de las variables financieras

Los hechos estilizados son características que se han identificado a lo largo del tiempo en diversas investigaciones relacionadas con series de tiempo económicas y financieras Enders (2015) Brooks (2019), con las cuales se ha demostrado que dichas conductas suelen ser muy comunes en los mercados financieros. Particularmente el tipo de cambio, que se constituye como una de las variables financieras más importantes, que afecta la economía global y tiene un impacto significativo en el comercio internacional y en la inversión extranjera. El análisis de los hechos estilizados del tipo de cambio se ha convertido en una tarea crítica, para entender la dinámica del mercado cambiario y sus implicaciones en la economía global.

La herramienta principal utilizada por Diebold (1988) para ordenar la información disponible en los datos de tipo de cambio, es la noción de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) de Engle (1982). El modelo AR (analizado en el capítulo anterior) es una parametrización simple y atractiva de la varianza condicional de los tipos de cambio, como una función, de la varianza actual, de las modificaciones pasadas al cuadrado en el tipo de cambio. Actualmente, existe una gran cantidad de literatura sobre modelos ARCH en tipos de cambio, la mayoría de los cuales surgieron después de la publicación del libro de Diebold, lo que demuestra la rapidez con la que evoluciona el campo.

El estudio empírico realizado por Diebold (1988) es uno de los más exhaustivos y cuidadosos sobre modelos ARCH aplicados a los tipos de cambio. Su trabajo destaca la importancia de utilizar modelos que tengan en cuenta la naturaleza cambiante y volátil de los datos, y muestra cómo los modelos ARCH pueden ayudar a capturar y modelar la varianza condicional en esta variable de manera efectiva (Enders, 2015). La heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) es una metodología útil para modelar la volatilidad, pues permite que la varianza condicional de los tipos de cambio cambie con el tiempo y dependa de los valores pasados. Algunos estudios recientes han

utilizado modelos ARCH para examinar la volatilidad de los tipos de cambio en diferentes países y períodos de tiempo (Baltagi, 2019).

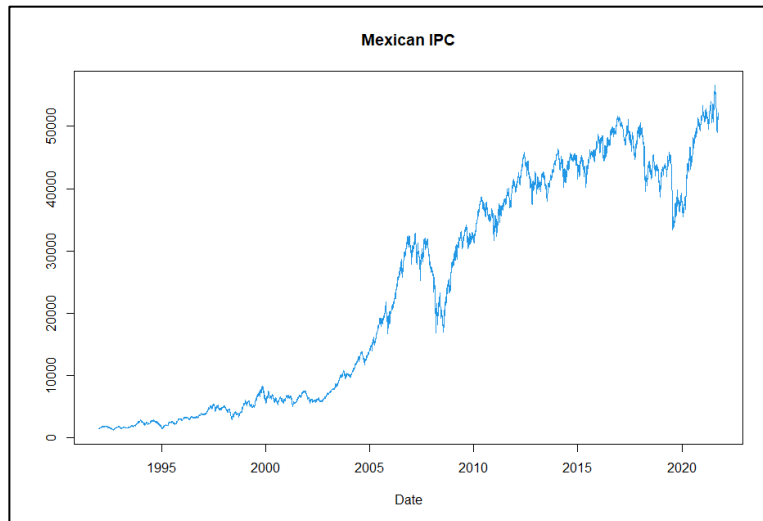
Además del modelo ARCH, también existen otros modelos de volatilidad condicional, como el modelo de volatilidad condicional heterocedástica generalizada (GARCH). Estos modelos han demostrado ser útiles para modelar la volatilidad en los datos de tipos de cambio y proporcionar una mejor comprensión de los factores que impulsan la volatilidad en los mercados de divisas (Brooks, 2019). En resumen, los modelos de heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) y otros modelos de volatilidad condicional son herramientas útiles para modelar la volatilidad en los datos de tipos de cambio. A continuación, se exponen algunas características clave de los hechos estilizados que, en general, explican las principales características de las series de tiempo y, en particular, la tendencia y volatilidad del tipo de cambio:

1. Muchas de las series presentan una tendencia (Enders, 2015, p. 119). Como se sabe las variables fluctúan en torno a una tendencia, y esta tendencia puede verse de distintas formas. Se ven modelos matemáticos simples, pero en las series financieras se ven tendencias aleatorias que cambian con el tiempo o se puede tratar de una tendencia determinística, que se mantiene estable en su trayectoria. Al respecto existen diversas teorías económicas que buscan explicar su comportamiento a largo plazo. Por ejemplo, la teoría de la paridad del poder adquisitivo (PPP) sostiene que, en el largo plazo, los tipos de cambio entre dos países deberían ajustarse para reflejar las diferencias en los niveles de precios (Balassa, 1964). En este sentido, si los precios en un país aumentan más rápido que en otro, su moneda debería depreciarse para mantener el equilibrio en el tipo de cambio.

Por otro lado, la teoría de la oferta y la demanda de divisas también es utilizada para explicar las tendencias determinísticas del tipo de cambio (Dornbusch, 1976). Según esta teoría, los movimientos del tipo de cambio son el resultado de las fuerzas de oferta y demanda en los mercados de divisas. En cuanto a las tendencias aleatorias del tipo de cambio, se ha utilizado la teoría de los procesos estocásticos para analizar su comportamiento a corto plazo. En particular, los modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) son ampliamente utilizados en la literatura financiera para modelar las tendencias aleatorias del tipo de cambio (Shumway y Stoffer, 2017). Como un ejemplo del fenómeno de tendencia, en la figura 3.1 se muestran los datos

históricos del IPC de México de 1992-2021, en esta serie de tiempo se puede observar una clara tendencia creciente a lo largo del tiempo.

Figura 3.1. IPC de México de 1992-2021



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹⁰)

2. Agrupación de volatilidad (Francq, C. y Zakoïan, J. 2010, p. 9). La volatilidad es muy importante al momento de analizar y realizar un modelo para activos financieros, se acostumbra a relacionarla directamente con el nivel de riesgo, ya que de esta forma se defenderá una postura de realizar o no alguna inversión determinada.

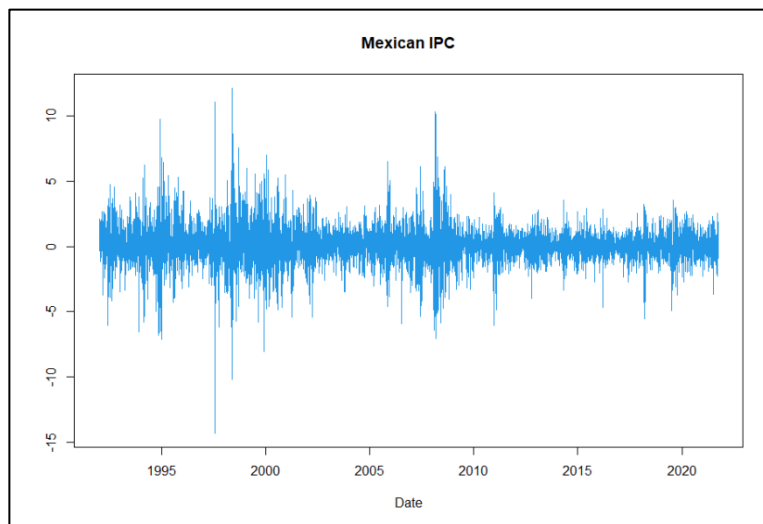
Es común encontrar que muchas series de tiempo económicas presentan periodos de alta volatilidad, y esto se puede deber a diferentes factores como cambios en la política económica, eventos económicos imprevistos o incluso fluctuaciones en los mercados financieros internacionales. Sin embargo, uno de los episodios más significativos de alta volatilidad en los mercados financieros ocurrió durante la crisis financiera global de 2008. Ésta tuvo como origen la creciente especulación en el mercado inmobiliario de Estados Unidos, que llevó a la burbuja hipotecaria y posteriormente al colapso de varias instituciones financieras. Como resultado, se generó una gran incertidumbre y volatilidad en los mercados financieros internacionales, afectando

¹⁰ Datos extraídos de: <https://yhoo.it/3u182Rp>

no solo a la economía de Estados Unidos, sino también a la de muchos otros países en el mundo, incluido México.

La gran mayoría de series de tiempo económicas muestran mucha volatilidad en lapsos determinados de tiempo, en el caso del IPC mexicano (figura 3.2), se puede observar que por periodos de tiempo la variabilidad del rendimiento de una acción no parece cambiante, pero se logra apreciar que hay intervalos en los que los picos de volatilidad son muy altos, esto alude a que la volatilidad no es constante en el tiempo.

Figura 3.2. Rendimiento diario del IPC de México de 1992-2021



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹¹)

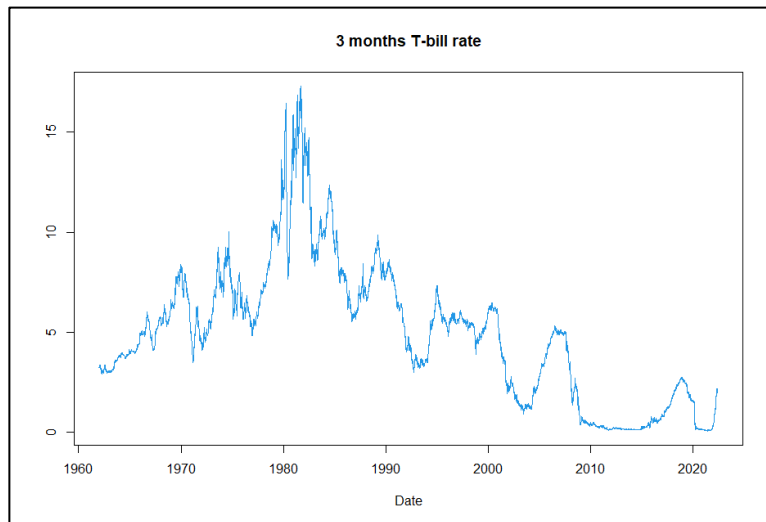
3. Las perturbaciones de una serie pueden mostrar un alto grado de persistencia (Enders, 2015, p. 119). En cualquier modelo econométrico que se realice es de suma importancia definir la forma determinística que lo representará, es aquí donde las perturbaciones tomaran un lugar importante y de lo cual se tiene que realizar un análisis detallado. Las perturbaciones en una serie de tiempo pueden mostrar un alto grado de persistencia, lo que significa que las fluctuaciones en el valor de una variable económica tienden a durar más tiempo del que se podría esperar bajo la suposición de que son aleatorias. La persistencia en las series de tiempo puede deberse a varios factores, como

¹¹ Datos extraídos de: <https://yhoo.it/3u182Rp>

cambios en las políticas gubernamentales, fluctuaciones en la oferta y demanda de bienes y servicios, y cambios en las condiciones del mercado (Shumway y Stoffer, 2017).

Se sabe que las tasas de interés en varios países muestran un alto grado de persistencia, lo que sugiere que las fluctuaciones en las tasas de interés tienden a durar más tiempo del que se podría esperar bajo la suposición de que son aleatorias. La persistencia en las series de tiempo económicas puede tener importantes implicaciones para la toma de decisiones de política económica y la gestión de riesgos financieros. Por ello, los responsables de la política monetaria deben considerar que las tasas de interés sigan siendo bajas o altas durante un tiempo prolongado, lo que podría afectar sus decisiones, por ejemplo, sobre las tasas de interés y la oferta de dinero. La serie de tiempo sobre "T-bill rate" a 3 meses (Figura 3.3) permite mostrar este hecho estilizado, en el cual se nota claramente que durante los años 1990 al 2022 no hay una tendencia alcista o bajista, por el contrario, se observa que no importa el impacto que llegase a tener, logra volver a su equilibrio.

Figura 3.3. T-bill rate a 3 meses de 1962-2022



(Elaboración propia con datos obtenidos de Federal Reserve Bank of St. Louis)

4. Algunas series de tiempo parecen serpentear (Enders, 2015, p. 119). En el corto plazo, las series financieras pueden pasar por períodos sostenidos de apreciación y depreciación sin tendencia a volver a una media de largo plazo. Este tipo de comportamiento de caminata aleatoria es típico de las series no estacionarias. En la figura 3.4, se observa que en el largo plazo los tres tipos de cambio presentan patrones de tendencia, pero al corto plazo se aprecian estos pequeños cambios conocidos como ruido.

Algunas series de tiempo parecen tener un comportamiento errático, fluctuando sin seguir una tendencia clara. Esta falta de dirección en la serie puede deberse a factores estacionales o a perturbaciones aleatorias en el mercado. Según Enders (2015), las series de tiempo serpenteantes pueden ser difíciles de modelar y predecir, ya que no tienen un patrón claro y consistente. En el ámbito financiero, estas variables pueden ser especialmente difíciles de manejar, ya que la falta de una tendencia clara puede dificultar la toma de decisiones de inversión. Sin embargo, existen técnicas de modelado específicas que pueden ayudar a identificar sus patrones. Por ejemplo, algunos autores proponen el uso de modelos de series de tiempo no lineales para capturar mejor las fluctuaciones erráticas en los datos (Tsay, R. 2010).

En general, el análisis de series de tiempo serpenteantes sigue siendo un tema de investigación activo en la econometría y finanzas, y se están desarrollando constantemente nuevas técnicas y modelos para abordar este desafío (Lütkepohl, 2005). El estudio de su comportamiento es fundamental para la comprensión y predicción de los mercados financieros y la economía en general.

Figura 3.4. Euro, Libra esterlina y Franco suizo respecto al dólar de 2000-2013



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹²)

5. Dentro de los mercados, las series a menudo están relacionadas simultáneamente, es decir, cointegran (Lütkepohl, H. y Krätzig, M. 2004, p. 198). Cuando una serie de tiempo manifiesta tener movimientos correlacionados o comunes se dice que hay comovimiento entre ellas. Este término resulta importante en los mercados financieros, porque es valioso identificar cual es el motivo de estos comportamientos entre activos, índices, etc. La cointegración se refiere a la relación de largo plazo entre dos o más series de tiempo. Engle y Granger (1987) desarrollaron una técnica para analizar la cointegración en las series de tiempo, y establecieron que dos series de tiempo pueden ser cointegradas si comparten una tendencia común. Además, la cointegración implica que existe una relación de equilibrio de largo plazo entre las series, lo que permite el análisis de las relaciones económicas a largo plazo.

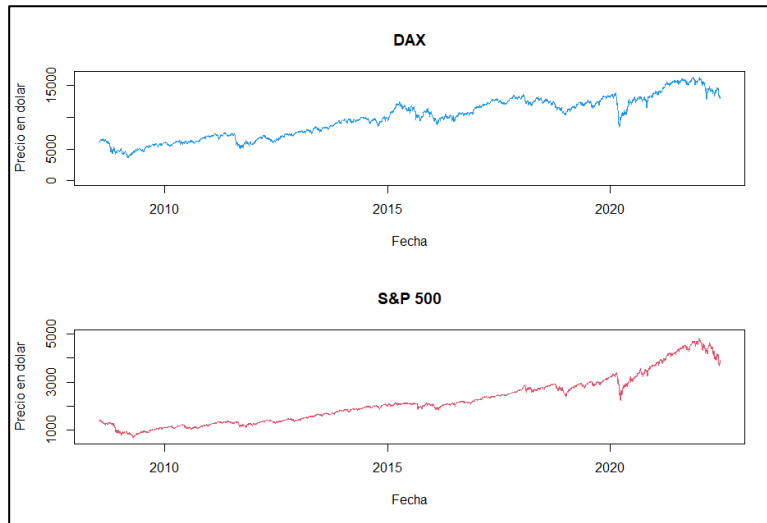
Sin embargo, la presencia de comovimientos entre series de tiempo no siempre implica cointegración. En algunos casos, se pueden obtener resultados engañosos al estimar una regresión entre dos variables que no tienen una relación de largo plazo. Esto se conoce como el problema de las regresiones espurias, que se produce cuando dos series de tiempo muestran comovimientos pero no tienen una relación de causalidad de largo plazo.

¹² Datos extraídos de: <https://yhoo.it/3FSVOWz>

La técnica de cointegración ha sido ampliamente utilizada en la econometría financiera y en el análisis de las relaciones económicas a largo plazo. Se aplica principalmente en temas relacionados a las tasas de interés, el tipo de cambio, los precios de los activos, y las variables macroeconómicas, entre otros. La técnica de cointegración también ha sido útil en el modelado de la dinámica de los mercados financieros, y en la identificación de relaciones de largo plazo entre las diferentes variables. En resumen, la técnica de cointegración ha permitido el análisis de las relaciones económicas a largo plazo, y ha sido ampliamente utilizada en la econometría financiera y en el modelado de los mercados financieros. La presencia de comovimientos entre series de tiempo puede ser un indicador de cointegración, pero es importante tener en cuenta el problema de las regresiones espurias y realizar un análisis riguroso para identificar la relación de largo plazo entre las variables.

En la figura 3.5 se puede observar que el índice de acciones alemán DAX y S&P 500 manejan una trayectoria similar, por lo que se puede decir que las perturbaciones coinciden en ambos comportamientos de los índices. Si se revisa el recorrido de ambas variables, parecería que se acompañan a lo largo del tiempo, estas sendas no deberían sorprender porque son mercados similares los que manejan los países correspondientes. La relación de comovimientos que hay entre estos dos índices e inclusive cualquier índice de otro país, es motivo del poder que conlleva la nación americana (primera potencia mundial); en caso de declive o ascensión del índice de SP500 causara influencia reciproca en los demás índices.

Figura 3.5. Índices DAX y S&P 500 en dólar



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹³)

6. Algunas de las series presentan quiebres estructurales (Enders, 2015, p. 119). Estos quiebres estructurales hacen referencia a cambios drásticos originados por factores políticos, sociales, económicos, etc. que presentan un impacto en la economía, puede ser de forma individual, es decir, respecto a un país, empresa, estado, o de forma colectiva, es decir, un impacto mundial. Por lo que al momento de analizar y hacer pronósticos sobre las series de tiempo que manifiesten este tipo de cambios se presentan dificultades. En este sentido, es importante realizar pruebas de raíz unitaria con cambios estructurales para detectar el fenómeno y ajustar los modelos adecuadamente.

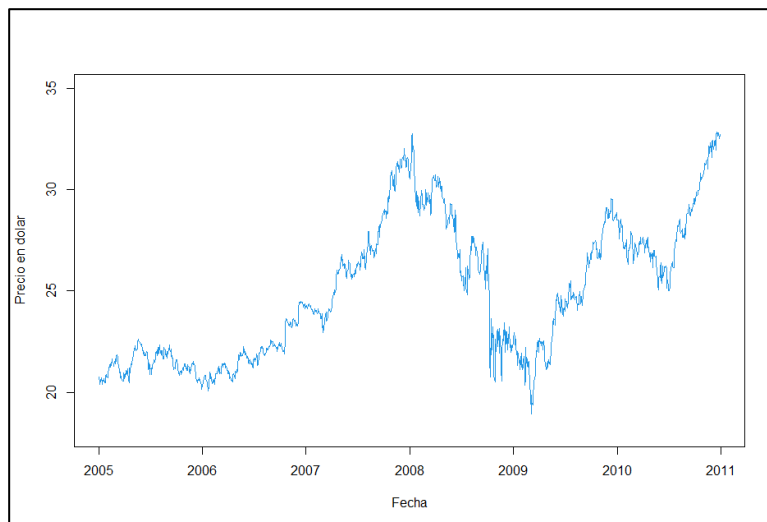
De acuerdo con la literatura financiera, existen varias técnicas para identificar los cambios estructurales en las series de tiempo. Una de ellas es la prueba de Chow, propuesta por Gregory Chow en 1960, que permite detectar cambios en la relación entre dos variables en un punto específico del tiempo. Otra técnica ampliamente utilizada es la prueba de Zivot y Andrews (1992), que permite identificar el momento exacto en el que se produjo el cambio estructural en una serie de tiempo. Por otro lado, la detección de cambios estructurales en las series de tiempo también puede ser útil para evitar errores de especificación en los modelos econométricos. Como señalan Engle y Granger (1987), los modelos que ignoran la presencia de cambios estructurales pueden producir resultados engañosos y generar estimaciones sesgadas. Por lo tanto, es necesario tomar

¹³ Datos extraídos de: <https://yhoo.it/38FRAuJ>

en cuenta estos cambios y ajustar los modelos adecuadamente para obtener resultados precisos y confiables.

Por ello, la identificación de cambios estructurales en las series de tiempo es esencial para el análisis financiero y la toma de decisiones económicas. La aplicación de pruebas de raíz unitaria con cambios estructurales y otras técnicas similares permiten detectar estos cambios y ajustar los modelos adecuadamente, evitando errores de especificación y obteniendo resultados precisos y confiables en el análisis de las tendencias y patrones de las variables económicas a lo largo del tiempo. Al analizar la figura 3.6, se logra percibir que las acciones de Coca-Cola presentaron caídas importantes en su precio entre los años de 2007-2008. Estas rupturas estructurales negativas son explicadas por la crisis financiera que ocurrió en ese periodo.

Figura 3.6. Precio de las acciones de Coca-Cola en dólar



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹⁴)

Teniendo en cuenta los puntos anteriores y como es mencionado por Lutkepohl y Kratzig (2004, p.198), queda claro que en los mercados económicos tienden a mostrar patrones similares. El estudio de los hechos estilizados ha ayudado a mejorar la comprensión de los comportamientos frecuentes, los patrones de varianzas y covarianzas que presentan los mercados financieros respecto al tiempo, dando paso así al modelado de procesos que pueden capturar de una forma

¹⁴ Datos extraídos de: <https://yhoo.it/48Nna3j>

eficiente la volatilidad de las series financieras. La importancia de poder reconocer los hechos estilizados dentro del análisis de las series financieras aporta gran valor, ya que potencia el grado de análisis y la forma en que se desarrolle cada hecho; tener identificados los hechos estilizados permiten determinar de una manera sencilla como tratar cada comportamiento y con ello conseguir un modelado mucho más preciso.

3.3 Estructura y construcción de un modelo de volatilidad.

En la práctica, los modelos de volatilidad se utilizan normalmente para estimar, analizar y pronosticar la volatilidad de activos financieros, como lo pueden ser acciones, derivados y los tipos de cambio; siendo consecuente un involucramiento directo con la valoración de opciones y por ende con la medición de riesgos. Al modelar la volatilidad de los tipos de cambio se ha observado que cuentan con regularidades empíricas como la no normalidad, volatilidad agrupada y la no estacionariedad, lo que facilita el proceso de la metodología ARCH (Epaphra, M. 2017, p. 122). Como sabemos, la volatilidad evoluciona y cambia con el tiempo, además de que reacciona de forma asimétrica a los choques positivos y negativos. Por lo que, capturar de manera apropiada esta volatilidad en un modelo, se vuelve una tarea muy importante para realizar un análisis apropiado de la serie a estudiar. Ahora bien, Tsay (2012, p. 176) y Lütkepohl (2004, p. 197) establecen como poder identificar y estimar dicho modelo de volatilidad.

Suponiéndose que r_t es el logaritmo de un rendimiento en un tiempo indexado t tendremos un modelo de volatilidad, lo cual servirá para poder saber si dichos rendimientos están correlacionados serialmente o en su caso tienen correlaciones seriales pequeñas, y es una serie dependiente. Para la construcción de un modelo de volatilidad se debe considerar la media y la varianza condicional del logaritmo de un rendimiento (r_t) dada la información disponible en el tiempo $t - 1$ (Tsay, R. 2012, p.178).

Definición 22 (Media condicional y Varianza condicional):

$$\mu_t = E(r_t|F_{t-1}), \quad \sigma_t^2 = Var(r_t|F_{t-1}) = E[(r_t - \mu_t)^2|F_{t-1}]$$

Donde F_{t-1} denota la información disponible al tiempo $t - 1$ y r_t es el logaritmo de un rendimiento en el periodo de tiempo estudiado (Tsay, R. 2012, p.178). Normalmente la

dependencia serial en las series de rendimientos es débil, o a veces no existe. De esta forma, se externa que la ecuación μ_t debe ser simple y que r_t sigue un modelo estacionario ARMA(p,q). Si se asume que r_t sigue un modelo ARMA (p,q), entonces $r_t = \mu_t + a_t$, donde μ_t está dado por:

$$\mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_1 r_{t-i} - \sum_{j=1}^q \theta_j a_{t-j}$$

Y Si tenemos a disposición algunas variables explicativas, entonces se considera un modelo $r_t = \mu_t + a_t$, donde μ_t está dado por:

$$\mu_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_{i,t-1} + \sum_{i=1}^p \phi_1 y_{t-i} - \sum_{i=1}^p \theta_j a_{t-j}$$

Donde y_{t-i} es la serie de rendimiento ajustada sin el efecto de las variables explicativas, y está dado por $y_{t-i} = r_{t-i} - \phi_0 - \sum_{i=1}^k \beta_i x_{i,t-1}$ y $x_{i,t-1}$ son variables explicativas disponibles en el momento $t - j$. Teniendo en cuentas los aspectos fundamentales de la estructura de un modelo de volatilidad descritos anteriormente, existen documentos que muestran diferentes métodos para realizar la construcción. En este apartado se toma como referencia la metodología de construcción que propone Tsay (2012, p.181), y que consiste en una serie de pasos para la identificación y estimación de un modelo de volatilidad para una serie de rendimientos de activos.

El primer paso por desarrollar es determinar una ecuación de la media, se debe recordar que, en estos modelos, la función de volatilidad es determinista gracias a esta ecuación, ya que la ecuación de la media contiene un término de perturbación y además su varianza se conforma condicionalmente dependiendo del tiempo t-1. Una vez identificada se tiene que realizar una prueba que permita verificar que no existe dependencia lineal en los datos. Al haber realizado con éxito el paso anterior, se procede a comprobar si existen efectos ARCH (Autorregresivo Condicionalmente Heterocedastico), empleando para dicho propósito la extracción de los residuos de la ecuación de la media. Posteriormente se analizan los estadísticos (estadístico t, estadístico Chi cuadrada) arrojados por las pruebas seleccionadas, y con los cuales se identifica si hay presencia o no de efectos ARCH, si se llegase a presentar evidencia de que los efectos ARCH sean estadísticamente significativos (lo que se está buscando), se debe determinar algún modelo de

volatilidad y de la misma forma realizar una estimación de las ecuaciones de media y volatilidad, de lo contrario deberá revisarse de nuevo con mayor meticulosidad.

De acuerdo con Tsay (2012, p.181) los pasos para la construcción son simples, pero en la práctica se vuelven complejos al tener que desarrollar varios análisis dentro de cada etapa, pero gracias a los softwares estadísticos y sus paqueterías podemos realizar estos análisis en un rango menor de tiempo. Tal es el caso de las pruebas ARCH-LM y McLeod y Li, las cuales ayudan a determinar si los datos en estudio presentan efectos ARCH.

3.3.1 Pruebas de efectos ARCH

Como en todo modelo propuesto, se deben desarrollar las pruebas que validen la pertinencia de implementar una estructura ARCH. Para ello se han desarrollado varias metodologías con procesos estructurados, que demuestran que las series analizadas evidencian la presencia de este hecho estilizado. Los exámenes o pruebas para determinar los efectos son una parte fundamental dentro del procedimiento para la calibración de algún modelo ARCH, ya que de esta manera sabremos que especificaciones se deben plantear al momento de desarrollar la estructura ARCH.

Para Lutkepohl (2004, p.207), la heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH) se evalúan a partir del cuadrado de los residuos de la ecuación de la media. Una de las pruebas que toma en cuenta este principio y que captura la existencia de los efectos ARCH es la prueba de McLeod y Li (1983). Enders (2015, p.130) explica la prueba en dos pasos. El primer paso consiste en obtener los residuales al cuadrado del modelo (ε_t^2) de una regresión por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO) o en su defecto de un modelo autorregresivo y de media móvil (ARMA). El segundo paso es realizar una nueva regresión con los residuales al cuadrado sobre una constante y sus “q” rezagos, obteniendo así, la siguiente estructura:

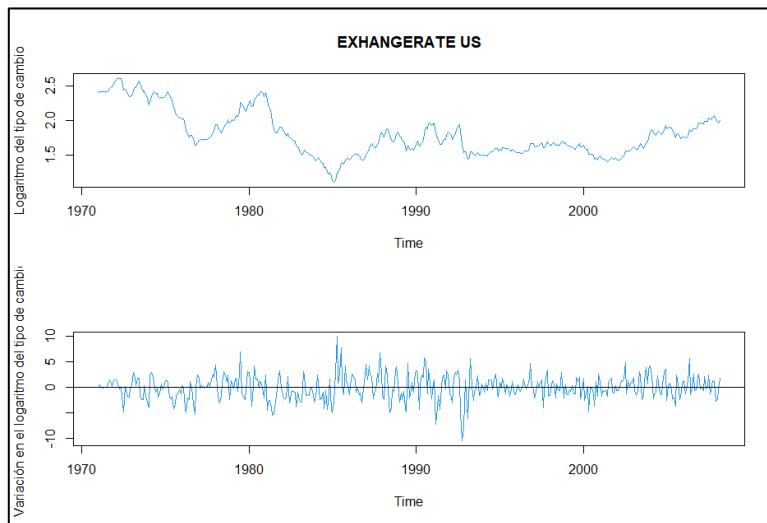
$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

La hipótesis nula de la prueba señala que los valores de α en conjunto son cero, lo que significaría que no existen efectos ARCH. Por el contrario, la hipótesis alternativa probaría la existencia de efectos ARCH en alguno o todos los rezagos involucrados ($\alpha_1, \dots, \alpha_q$).

Otra prueba para identificar la presencia de efectos ARCH, es la prueba ARCH-LM que se basa en el principio del multiplicador de Lagrange (LM). Esta prueba está dada por el grado de explicación que generen las regresiones auxiliares simples, además de que esta prueba se puede utilizar para modelos ARCH simétricos y asimétricos (Lutkepohl, 2004, p.207). Al estimarse un modelo ARCH, las cuestiones de las pruebas de diagnóstico se centran naturalmente en las innovaciones ARCH implícitas $\xi_t = \frac{\mu_t}{\sigma_t}$ donde t muestra la heteroscedasticidad remanente. Y al igual que la prueba de McLeod y Li, la hipótesis nula señala que no existen efectos ARCH en el modelo y, por el contrario, la hipótesis alternativa indica la existencia de efectos ARCH.

Las gráficas son consideradas como una prueba más, a pesar de que no es el mecanismo más confiable ya que depende al cien por ciento de la experiencia del investigador. En la década de los 90 se puede observar ciertas variaciones significantes (figura 3.7), y se podría llegar a la conclusión de la existencia de efectos ARCH. Aunque ciertamente lo recomendable es el apoyo de las diferentes pruebas de efectos ARCH, como lo puede ser la prueba de McLeod y Li, ya que nos da más argumentos para afirmar o rechazar dicha hipótesis.

Figura 3.7 Logaritmo del tipo de cambio Estados Unidos/Reino Unido con datos mensuales para 1971-2007



(Elaboración propia con datos obtenidos de Yahoo Finance¹⁵).

Las pruebas anteriores son algunas de las secuencias usuales para detectar efectos ARCH, y dependiendo de lo que se observe en la información del proceso se debe determinar que prueba se debe utilizar. Para poder elaborar los diagnósticos o pruebas, se debe llevar a cabo un análisis completo de los datos y dependiendo de los resultados obtenidos, se deben efectuar los ensayos necesarios para estimar la presencia de volatilidad. Otra de las pruebas más utilizadas es la prueba de Ljung-Box, propuesta por Ljung y Box en (1978). Esta prueba se basa en la autocorrelación de los residuos al cuadrado de un modelo autorregresivo, y su significancia estadística indica la existencia de los efectos ARCH. Otra prueba comúnmente empleada es la prueba de White, introducida por White en (1980). Ésta evalúa la heteroscedasticidad condicional de los residuos y permite detectar los efectos ARCH en un modelo econométrico. Estas pruebas, junto con otras técnicas estadísticas, son fundamentales para el análisis de los efectos ARCH y contribuyen a un mejor entendimiento de la dinámica de la volatilidad en los mercados financieros.

¹⁵ Datos extraídos de: <https://yhoo.it/3S5mX4Q>

3.4 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva

Los efectos ARCH se refieren a una relación denominada correlación serial que se presenta cuando se produce un agrupamiento en la volatilidad de una variable, con esto se desarrolla una secuencia que está determinada por un factor particular. Teniendo en cuenta que la volatilidad de los activos financieros es analizada para poder moldear y representar el riesgo que pudiese llegar a tener la variable en estudio, los modelos ARCH fungirán como esa forma de visualizar y analizar la volatilidad para poder encontrar y determinar el punto de riesgo que tendrá un activo financiero. Brooks (2019, p.388) refiere que, si una serie de tiempo depende del pasado, y esta dependencia con respecto al pasado se puede exteriorizar mediante una auto regresión, se obtiene un modelo con heteroscedasticidad condicional autorregresiva.

Se puede observar detalladamente de la siguiente manera: Si el error en determinado tiempo t se encuentra correlacionado con el error al cuadrado en el tiempo pasado $t - 1$, se dice que existe autocorrelación en la varianza en el tiempo t respecto de su valor rezagado (ARCH). Por lo que generaliza que la varianza no es constante, si no que la varianza puede pasar por etapas de alta o baja varianza. Así mismo, Heij (2004, p.621) expone que el modelo ARCH (1) para una serie de ruido blanco y_t tiene la siguiente estructura:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | Y_{t-1} | \sim N(0, \sigma_t^2), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

Donde $\sigma_t^2 = \text{var}(y_t | Y_{t-1})$ es la varianza condicional de las series, y $Y_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$ denota la información disponible en el tiempo $t - 1$. En esta estructura las varianzas α son no negativas, es decir $\alpha_0, \alpha_1 \geq 0$. Como es mencionado por Lütkepohl (2005, p.560), en un principio, se supuso que la distribución condicional de los modelos ARCH era normal, $N(0, \sigma_t^2)$. Sin embargo, este modelo es capaz de generar series con características similares a las de muchas series temporales financieras observadas. Además de generar series con agrupamiento de volatilidad y valores atípicos. Aunque la distribución condicional es normal, la distribución no condicional generalmente será diferente a una normal.

En particular, se ha investigado la utilización de distribuciones de errores normal y “*t de Student*” en los modelos GARCH para capturar la naturaleza de las fluctuaciones en los tipos de cambio. Para comparar la efectividad de estas distribuciones, se han llevado a cabo estudios empíricos. Por

ejemplo, Nelson (1991) comparó el desempeño de los modelos GARCH con errores normal y “*t de Student*” en la predicción de la volatilidad del tipo de cambio del dólar estadounidense frente al yen japonés. Sus resultados indicaron que el modelo GARCH con errores *t* de Student presentó una mejor capacidad de ajuste y pronóstico que el modelo GARCH con errores normales. Estos hallazgos resaltan la importancia de considerar la elección de la distribución de errores al modelar y pronosticar la volatilidad de los tipos de cambio.

Por su parte Bollerslev (1987) realizó un análisis de la volatilidad de los retornos de las acciones y encontró que el modelo GARCH con errores “*t de Student*” lograba una mejor representación de la naturaleza de las fluctuaciones en comparación con el modelo GARCH con errores normales. Además, Engle (1982) examinó la volatilidad de los precios del mercado de valores y concluyó que el modelo GARCH con errores “*t de Student*” proporcionaba pronósticos más precisos que el modelo GARCH con errores normales. Estos resultados destacan la importancia de considerar la distribución de errores en la elección del modelo GARCH para un análisis adecuado de la volatilidad en diversos mercados financieros.

3.4.1 Propiedades de los modelos ARCH

Un modelo ARCH es un modelo que ayudara a captar la varianza de una serie temporal. Si la varianza de una serie temporal depende de su pasado, se habla de una serie condicionalmente heteroscedástica y si su dependencia ,con respecto al pasado, puede ser expresada con una autoregresión, también denominado modelo autorregresivo de heteroscedasticidad condicional (ARCH). Enders (2015, p.126) señala que en una estructura ARCH la esperanza de los términos de error (ε_t) debe ser igual a cero y no debe de estar correlacionada serialmente. Aun así, el término de error no es independiente ya que está relacionado a través de su segundo momento. Otra propiedad importante de este tipo de modelos es que la heterocedasticidad condicional en ε_t da como resultado que y_t sea heteroscedástico en sí mismo. Lo que permite al modelo ARCH poder capturar los periodos de volatilidad de la serie y_t . Para una explicación apropiada de los modelos ARCH se establece el Modelo ARCH(1) para una serie de ruido blanco y_t que está dada por:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t | Y_{t-1} \sim N(0, \sigma_t^2), \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$$

Donde y_t denota el rendimiento de un activo y asume ser un modelo ARCH(1), el retorno inesperado ϵ_t se expresa en términos de σ^2 y que será el encargado de poder modelar la volatilidad condicional en el tiempo (σ_t). De acuerdo con Heij (2004, p.622) en los modelos ARCH(1) se pueden identificar distintas propiedades. Para $\alpha_0 > 0$ y $\alpha_1 < 1$, si las perturbaciones siguen un proceso de ruido blanco con $E[(Y_t - u) - (Y_s - u)] = 0$ para todo $t \neq 0$. La media es $E[Y_t] = u$ para $0 < \alpha_1 < 1$ y la varianza incondicional es constante en el tiempo, con esto se fuerza a que y_t sea un ruido blanco. Como también es mencionado por Heij 2004, 714) los términos de perturbación de cualquier modelo ARCH(p) seguirá un proceso AR(P), por lo que en este caso el cuadrado de nuestro término de perturbación tienen el comportamiento de AR (1) que es:

$$\epsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + u_t$$

Donde u_t es un proceso de ruido blanco, esto tiene en cuenta que las volatilidades son agrupadas si $\alpha_1 > 0$. Por último, la distribución del término de error no sigue una distribución normal y presenta una curtosis más grande que 3. Por lo que se presume que un proceso ARCH(1) permitiendo $L_t = (R_t, R_{t-1}, R_1)$ denotar los datos decretados en el tiempo t , tiene las siguientes propiedades estadísticas: 1. $E(\epsilon_t | L_t) = 0$, $E(\epsilon_t) = 0$; 2. $Var(Y_t | L_t) = E(\epsilon_t^2 | L_t) = \sigma_t^2$; 3. $Var(Y_t) = E(\epsilon_t^2) = E(\sigma_t^2) = \frac{\alpha_0}{(1-\alpha_1)}$. De esta forma se puede asimilar que la varianza condicional es una combinación de la varianza incondicional y el valor medio de la desviación al cuadrado; 4. y_t es un proceso no correlacionado a L_{t-1} : $cov(y_t, y_{t-k}) = E(\epsilon_t \epsilon_{t-j}) = 0$ para $k > 0$; 5. La distribución de y_t condicionado a L_{t-1} es una normal con media μ y varianza σ_t^2 ; 6. y_t^2 y ϵ_t^2 siguen un concepto del modelo AR(1) con covarianza estacionaria y la persistencia de sus autocorrelaciones se rige por α_1 .

Las propiedades de los modelos ARCH pueden llegar a limitar el caso de estudio que se esté realizando, por lo que hay que tomar en cuenta las mismas para determinar si es el mejor método para estudiar los datos que se quieren modelar, aun con las limitaciones que los modelos ARCH puedan presentar, los mismos tienen capacidad para poder capturar en su gran mayoría los hechos estilizados mencionados en el subcapítulo 3.2.

3.4.2 Ventajas y debilidades de los modelos ARCH

En las últimas dos décadas se han desarrollado varias estructuras para poder solucionar problemáticas que se presentan al querer entender la conducta que tienen las series de tiempo financieras, como el rendimiento de las acciones, el tipo de cambio, los precios, etc. El modelo ARCH propuesto por Engle ha sido un gran paso para poder entender las propiedades y particularidades que poseen dichas series. Ya que todos los modelos presentan fortalezas y debilidades (Tsay, 2012, p.187).

Algunas de las ventajas que este modelo proporciona son las siguientes: 1) El modelo es capaz de producir grupos de volatilidad, se debe entender el concepto “grupos de volatilidad”, a aquellos comportamientos en los que se visualizan bloques de inestabilidad similares. Como lo menciona Mandelbrot (1963, p. 418) los grandes cambios tienden a ser seguidos por grandes cambios de cualquier signo y los pequeños cambios tienden a ser seguidos por pequeños cambios. Este es un comportamiento que se visualiza con frecuencia en las series financieras, estos movimientos de volatilidad suelen perseverar en periodos determinados. Debido a este comportamiento de diferenciado en las varianzas que lo componen, los modelos ARCH, es posible medir, modelar y pronosticar este patrón. Otra ventaja de este modelo es que permite estimar distribuciones de colas pesadas, un hecho estilizado sumamente común en los rendimientos (Cont, 2001 p. 224).

Definición 23 (Distribución de cola pesada): Una distribución tiene cola pesada si existen muchas superaciones de una magnitud determinada, es decir, si la superación media tiende a ser mayor a medida que se aleja en la cola de la distribución (Bryson, M. 1974, p. 61). Cuando en una función de probabilidad tiende a tener muchos valores atípicos con valores muy altos nos referimos a una distribución de cola pesada. Cuanto más pesada sea la cola, mayor será la probabilidad de que obtenga uno o más valores desproporcionados en una muestra.

Como en todo modelo, existen debilidades, en el caso de los modelos de volatilidad condicional la deficiencia es que no se consideran los choques en la varianza, como realmente se exhiben en los precios de los activos financieros. El modelo asume que tanto los choques negativos como los positivos presentan el mismo nivel de impacto. Otra debilidad importante es que únicamente describe el comportamiento de la varianza condicional, pero no da indicios del causante de las variaciones, de igual manera estos modelos en ocasiones pueden sobredimensionar la volatilidad,

ya que responden lentamente a grandes choques aislados en las series de tiempo. Como ya se ha mencionado, todos los avances en cualquier área de la que se trate experimentan debilidades. En consecuencia, se logra la creación de nuevos procesos que contemplen estas debilidades e incluyen de manera rigurosa las modificaciones con el objetivo de desarrollar un modelo más eficiente. Como un ejemplo de lo antes mencionado se puede identificar a los modelos GARCH, cuya estructura corrige las debilidades de sus antecesores, los modelos ARCH.

3.5 Modelos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizada.

El desarrollo de nuevos enfoques y modelos más eficientes es un aspecto fundamental en el avance científico. En el caso de los modelos GARCH, se han diseñado específicamente para superar las limitaciones de sus predecesores, los modelos ARCH. Los modelos ARCH presentaban problemas como la falta de flexibilidad en la modelización de la volatilidad y la incapacidad para capturar ciertas características de los datos financieros. Sin embargo, los modelos GARCH, introducidos por Bollerslev (1986), lograron abordar estas debilidades al incorporar componentes autoregresivos y considerar la heteroscedasticidad condicional. Esta mejora permitió una mejor estimación y pronóstico de la volatilidad en diversos mercados financieros.

La introducción de los modelos GARCH representa un ejemplo claro de cómo se busca constantemente la creación de nuevos procesos y modelos que superen las debilidades de enfoques anteriores, impulsando así el avance científico en el campo de la econometría financiera. Normalmente las aplicaciones de los modelos ARCH utilizan una gran cantidad de retardos, lo que suele provocar problemas al obtener estimaciones negativas. En consecuencia, una estructura que permita la incorporación de una gran cantidad de rezagos en un esquema parsimonioso se constituye como una mejora en los modelos GARCH.

De acuerdo con Enders (2015, p.129), los modelos GARCH tienen ventajas muy claras; ya que un modelo ARCH de alto orden puede tener una representación GARCH más sencilla y por ende es más fácil de identificar y estimar. Ciertamente, el modelo implicará menos restricciones de coeficientes, de esta manera se puede estimar un modelo más eficiente y considerando incluso el impacto, diferenciado de los choques positivos y negativos, empleando para ello las extensiones desarrolladas dentro de la familia de modelos GARCH.

Definición 24 (GARCH): Bollerslev (1986) propone una extensión útil conocida como modelo ARCH generalizado (GARCH). Para una serie de rendimientos logarítmicos r_t , sea $a_t = r_t - \mu_t$ la innovación en el tiempo t . Entonces a_t sigue un modelo GARCH(m,s), si:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde ε_t es una secuencia de variables aleatorias con media 0 y varianza 1. (Tsay, R. 2012, p. 199)

Como ya se ha mencionado el número de rezagos en los modelos ARCH implica obtener una estimación poco puntual (precisa) y con ayuda de los modelos GARCH se puede construir el modelo más adecuado, reproduciendo de manera precisa los agrupamientos de volatilidad y de esta manera obtener un mejor análisis de la variabilidad. Cabe mencionar que, al igual que los modelos ARCH, cuentan con propiedades y condiciones que permiten cumplir criterios de estabilidad.

3.5.1 Propiedades de los modelos GARCH

De acuerdo con Novales (2013, p.13) y Heij (2004, p.622) Los modelos GARCH son un modelo suavizado exponencial de varianza, y de igual forma que el modelo ARCH(1), para el entendimiento de sus propiedades se establecerá el modelo GARCH(1,1) ya que derivan de forma similar sus propiedades.

$$y_t = \varepsilon_t \sigma_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 + \alpha_2 \sigma_{t-1}^2$$

Con $\alpha > 0, \alpha_0 > 0, \alpha_2 \geq 0, \alpha + \alpha_2 < 1$. Para este modelo GARCH(1,1), la varianza condicional es: $Var_{t-1} y_t = \sigma_t^2$, por lo que la varianza incondicional será:

$$Var(y_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha - \alpha_2}$$

El modelo GARCH(1,1) puede establecerse de la siguiente forma.

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (\alpha + \alpha_2) \varepsilon_{t-1}^2 - \alpha_2 (\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2) + (\varepsilon_t^2 - \sigma_t^2)$$

Donde la persistencia de la autocorrelación es dada por $\alpha_1 + \alpha_2$.

Si se considera como en el modelo ARCH(1) y denotamos a $u_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$, entonces u_t es un proceso de ruido blanco, y sustituyendo en la ecuación, se tiene:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \alpha_2)\varepsilon_{t-1}^2 + u_t - \alpha_2 u_{t-1}$$

donde el penúltimo y último término tienen esperanza condicional igual a cero, por lo que este modelo es similar al modelo ARMA(1;1). Por lo que alguna de las formas para identificar características en una estructura GARCH(1,1) es porque la autocorrelación simple y parcial de los cuadrados de y_t tienen similitud en las propiedades de las funciones de un proceso ARMA(1,1). Además, el modelo será estacionario si se cumple $\alpha_1 + \alpha_2 < 1$, por lo contrario, se integra de orden 1 si: $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$.

Aunado a que el término tiene una representación AR(∞)

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_2} + \alpha_1 \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_1^j \varepsilon_{t-j-1}^2$$

En comparación con las propiedades de los modelos ARCH, los modelos GARCH tienen la facultad de tener una estructura de autocorrelación más flexible para y_t^2 y con una cantidad de parámetros inferior. El cumplimiento de las propiedades de los modelos GARCH es fundamental para garantizar su eficacia y confiabilidad en el análisis de la volatilidad en diferentes contextos financieros. Estas propiedades se pueden resumir en: la estacionariedad, la positividad de las varianzas condicionales y la no correlación serial de los residuos. La estacionariedad es una propiedad clave en los modelos GARCH, ya que implica que las varianzas condicionales se mantienen constantes a lo largo del tiempo. Esto es crucial para un adecuado modelado de la volatilidad, ya que permite capturar los patrones de persistencia y reversión a largo plazo en los precios de los activos financieros. Según Engle (1982), "la estacionariedad es una propiedad deseable en modelos GARCH, ya que proporciona una base sólida para la inferencia estadística y permite una adecuada extrapolación y pronóstico de la volatilidad".

La positividad de las varianzas condicionales en los modelos GARCH es esencial, ya que las varianzas negativas no tienen sentido económico y violarían las expectativas racionales. Según Bollerslev (1986), "la positividad de las varianzas condicionales en los modelos GARCH garantiza que la volatilidad no sea negativa y se ajuste adecuadamente a la realidad financiera". Esto asegura

que las estimaciones y pronósticos de volatilidad sean coherentes con las características económicas subyacentes de los activos financieros. La no correlación serial de los residuos en los modelos GARCH es importante para evitar la presencia de estructuras de autocorrelación en los errores del modelo. Según Nelson (1991), "la falta de correlación serial en los residuos es esencial para garantizar la ausencia de patrones sistemáticos en los errores, lo que permite la eficiencia de las estimaciones y pronósticos de volatilidad". La no correlación serial asegura que los residuos sean ruido blanco, lo que significa que no hay información pasada en los errores que pueda ser explotada para predecir la volatilidad futura.

El cumplimiento de estas propiedades tiene implicaciones significativas en la comprensión y gestión de los riesgos financieros asociados. Al garantizar la estacionariedad, se capturan los patrones de persistencia y reversión a largo plazo en los precios de los activos y los tipos de cambio, lo que permite una mejor identificación de los momentos de alta y baja volatilidad. La positividad de las varianzas condicionales asegura que los modelos reflejen adecuadamente la naturaleza estocástica de la volatilidad y eviten resultados ilógicos en la estimación y pronóstico de la misma. Por último, la no correlación serial de los residuos garantiza que los errores sean independientes a lo largo del tiempo, evitando la presencia de información pasada que pueda distorsionar el análisis de la volatilidad futura.

3.5.2 El método de estimación de dos pasos

De acuerdo con Heij (2004, p.626) si la regresión en cuestión y_t sigue un proceso ARMA con innovaciones que son GARCH, los parámetros del modelo pueden estimarse en dos pasos. En el primer paso se estiman los parámetros del modelo ARMA para y_t , para después tomar los residuos del modelo ARMA y nombrarlos por e_t . Se sabe que los términos de error e_t no se distribuyen normalmente por lo que es necesario realizar un segundo paso. El segundo paso consiste en obtener una estimación de los parámetros del modelo GARCH, estimando un modelo ARMA para la serie e_t^2 de residuos al cuadrado. Es importante mencionar que este método genera estimaciones que convergen al valor verdadero del parámetro; pero, no son eficientes pues los términos de error no siguen una distribución normal.

El método de estimación de dos pasos es ampliamente utilizado en la estimación de modelos GARCH, que incorporan modelos de media y varianza condicional. Este enfoque se basa en la

idea de que ambos procesos son independientes y, por tanto, pueden ser estimados por separado. En el primer paso, se estima el modelo de media condicional, que captura la tendencia o el patrón de comportamiento de la serie temporal. Esto se puede lograr utilizando modelos ARMA (AutoRegressive Moving Average) o ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average), entre otros. Una vez estimado el modelo de media condicional, en el segundo paso se estima el modelo de varianza condicional, que describe la volatilidad o la dispersión de la serie temporal. Los modelos GARCH son ampliamente utilizados para modelar la varianza condicional, ya que permiten capturar la autocorrelación en los residuos y la persistencia de la volatilidad.

Este enfoque de dos pasos tiene varias ventajas. En primer lugar, permite una estimación más eficiente al dividir el proceso de estimación en dos etapas independientes. Según Bollerslev (1986), "el método de dos pasos divide el problema de la estimación en dos partes más manejables y facilita la inferencia eficiente sobre la volatilidad condicional". Además, Engle y Ng (1993) señalan que "este enfoque permite explotar la información contenida en los residuos estandarizados del modelo de media condicional, mejorando así la estimación de la volatilidad condicional". Es por ello que los modelos GARCH se han convertido en una herramienta ampliamente utilizada en la predicción y simulación de los tipos de cambio en los mercados financieros. Estos modelos permiten capturar la volatilidad y la heteroscedasticidad condicional presentes en las series de tipos de cambio, lo que resulta esencial para comprender y gestionar los riesgos asociados a las fluctuaciones de las divisas.

3.5.3 Los modelos GARCH en el pronóstico y la simulación.

Cowperwait y Metcalfe (2009, p. 155) mencionan que, si un modelo GARCH se ajusta a los errores residuales de un modelo de series de tiempo, no influirá en la predicción promedio en algún momento dado que la media de los errores residuales es cero. Por lo tanto, los pronósticos de un solo punto para un modelo de serie de tiempo ajustado permanecen sin cambios cuando los modelos GARCH se ajustan a los residuos. Al respecto Tsay (2012, p. 200) refiere que los pronósticos de un modelo GARCH pueden obtenerse utilizando métodos similares a los de un modelo ARMA.

Al considera un modelo GARCH (1,1) donde la ecuación se expresa como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

y se supone que el origen del pronóstico es h. Para el pronóstico de un paso adelante, se tendría:

$$\sigma_{h+1}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_h^2 + \beta_1 \sigma_h^2$$

En general, se tiene:

$$\sigma_h^2(l) = \alpha_0 + (\alpha_1 \beta_1) \sigma_h^2(l-1), \quad l > 1$$

Por consecuencia, el pronóstico de la volatilidad en n-pasos de un modelo GARCH(1,1) con varios pasos por delante, convergen a la varianza no condicional de a_t a medida que el horizonte del pronóstico aumenta hasta el infinito, siempre que exista $\text{Var}(a_t)$. Es importante mencionar que la principal aplicación de los modelos GARCH es para estudios de pronósticos y simulación, especialmente en finanzas, seguros, etc. En todos estos casos, los períodos de alta volatilidad conducen a eventos adversos, por lo que es fundamental modelarlos de una manera realista y precisa. En este contexto, los modelos GARCH han surgido como una herramienta poderosa para su análisis.

Los modelos GARCH han demostrado ser eficaces en el pronóstico de la volatilidad de los tipos de cambio. Estos modelos capturan la persistencia y la heteroscedasticidad condicional, lo que refleja la tendencia de los mercados financieros a experimentar periodos de alta y baja volatilidad. La capacidad de los modelos GARCH para modelar la volatilidad condicional permite a los analistas y operadores financieros anticipar cambios en los niveles de riesgo y ajustar sus estrategias en consecuencia (Bollerslev, 1986). También se utilizan para la simulación de escenarios de tipos de cambio. Al generar una amplia gama de trayectorias posibles, estos modelos permiten evaluar el riesgo asociado a las fluctuaciones de las divisas. La metodología de Monte Carlo aplicada a los modelos GARCH ha demostrado ser efectiva en la generación de escenarios realistas, lo que facilita la evaluación y gestión del riesgo cambiario (Brooks, 2019).

La precisión en el pronóstico de los tipos de cambio es fundamental para la toma de decisiones financieras. Los modelos GARCH han mejorado significativamente la capacidad de pronóstico en

comparación con los modelos de volatilidad constante. Al capturar la asimetría en la volatilidad, los modelos GARCH brindan una visión más completa de las dinámicas subyacentes en los mercados cambiarios, permitiendo a los inversores y gestores de riesgos tomar decisiones más informadas y efectivas (Zakoian, 1994). Finalmente, los modelos GARCH han evolucionado para incluir variables macroeconómicas en su estructura. La incorporación de factores fundamentales, como las tasas de interés, los indicadores económicos y los datos de oferta y demanda.

3.6 Familias de Modelos GARCH

Los modelos ARCH y GARCH fueron desarrollados para capturar los hechos estilizados más comunes en los mercados financieros como la rentabilidad de acciones, en los cuales se presentan colas pesadas y agrupamiento de volatilidad o como en el caso del tipo de cambio donde se presenta la ciclicidad y con ello se obtiene un proceso de estimación más complejo. La estimación es un aspecto fundamental para poder llevar a cabo la creación más óptima de un modelo, esta permite saber cómo pueden cambiar los parámetros para calibrarlos y ajustar el modelo ante diversas circunstancias, como lo pueden ser la presencia de choques asimétricos y quiebres estructurales.

Los modelos GARCH mostraron grandes avances para el estudio de series financieras, ayudando al desarrollo de extensiones y variantes para su aplicación en la captura de volatilidad a corto o mediano plazo, estos modelos ofrecen una metodología más general para capturar las características heteroscedásticas de las series temporales, como los tipos de cambio. Derivado del éxito que desarrollaron los modelos GARCH se ha buscado construir modelos que sean más eficientes, dentro de estos modelos, observamos una gran familia/extensiones de modelos GARCH, de los cuales se destacan los modelos GARCH-M, GJR-GARCH y EGARCH que sirven para solucionar las deficiencias encontradas con el modelo ARCH(p,q).

Estos modelos surgen por contradicciones sobre la premisa que las innovaciones pasadas positivas y negativas tienen el mismo impacto o efecto en la volatilidad actual (Francq, 2010, p.245). Por ello en su mayoría todas las variaciones de las familias GARCH buscan incorporar características estadísticas que incluyan dentro del análisis las direcciones negativas y positivas que presentan las series temporales. La variable del tipo de cambio es conocida por su alta volatilidad y la presencia de comportamientos asimétricos tanto en la apreciación como en la devaluación de las divisas.

Esta volatilidad y asimetría presentes en los tipos de cambio son de gran interés para los investigadores y analistas financieros, ya que influyen en la gestión del riesgo y en la toma de decisiones.

En este sentido, los modelos GARCH se han utilizado como una alternativa eficaz para estimar y modelar adecuadamente estas características asimétricas en los tipos de cambio. Su estructura permite capturar la volatilidad condicional y la asimetría en los movimientos de los tipos de cambio, lo que brinda una herramienta valiosa para analizar y pronosticar el comportamiento de las divisas en los mercados financieros (Bollerslev, 1986). Al incorporar la volatilidad condicional y la asimetría, los modelos GARCH proporcionan una mejor estimación de los riesgos asociados a los movimientos del tipo de cambio y contribuyen a una toma de decisiones más precisa y fundamentada en el ámbito financiero (Glosten et al., 1993).

3.6.1. Modelos GARCH simétricos y asimétricos

La incorporación de la asimetría en los modelos GARCH ha sido un avance significativo en el análisis de series financieras. Los modelos GARCH asimétricos se desarrollaron con el objetivo de superar las limitaciones de los modelos GARCH simétricos, los cuales suponen que la volatilidad a lo largo del tiempo es homogénea y no tienen en cuenta el impacto diferencial de las buenas y malas noticias en los mercados financieros. Los modelos GARCH asimétricos abordan esta limitación al permitir que la volatilidad responda de manera diferente a los choques positivos y negativos. Esta respuesta asimétrica refleja la naturaleza no lineal de los mercados financieros, donde las malas noticias pueden tener un impacto más significativo en la volatilidad que las buenas noticias. La inclusión de la asimetría en los modelos GARCH permite capturar y modelar de manera más precisa este comportamiento asimétrico de la volatilidad. Algunos documentos como Christie (1982), Cheung and Ng (1992) y Duffee (1995) relacionan y confirman empíricamente las características de la volatilidad asimétrica con el efecto apalancamiento propuesto inicialmente por Black (1976, p.177).

El efecto apalancamiento es un fenómeno ampliamente estudiado en la literatura financiera que se refiere al impacto de las innovaciones negativas en la rentabilidad de las acciones en el apalancamiento financiero de una empresa y, como resultado, en la volatilidad de los rendimientos. Según Black (1976), las innovaciones negativas en la rentabilidad generan una disminución en el

valor de los activos netos de una empresa, lo que aumenta su apalancamiento financiero y, a su vez, provoca un aumento en la volatilidad de los rendimientos. Este efecto se debe a la relación no lineal entre el apalancamiento y la rentabilidad, donde las caídas en la rentabilidad tienen un impacto más significativo en la volatilidad que las mejoras en la rentabilidad. Este fenómeno ha sido ampliamente documentado y tiene implicaciones importantes para la gestión de riesgos y la toma de decisiones en las empresas (Black, 1976).

Las familias de modelos GARCH, como M-GARCH, T-GARCH, GJR GARCH y EGARCH, han sido ampliamente utilizadas en el análisis de series de tiempo financieras para capturar la volatilidad y la presencia de comportamientos asimétricos en los mercados. Estos permiten modelar de manera precisa la asimetría en la respuesta de la volatilidad a choques positivos y negativos en los precios de los activos. El modelo GARCH en media, también conocido como GARCH-M, es una extensión de los modelos GARCH que incorpora la volatilidad condicional en la media de la serie financiera. Este enfoque reconoce la influencia bidireccional entre la volatilidad y el rendimiento de los activos, permitiendo capturar la interacción dinámica entre ambas variables. La inclusión de la volatilidad condicional en la media es fundamental para entender la relación entre la volatilidad y el rendimiento de los activos financieros. Finalmente, el modelo GARCH en media ha demostrado ser útil en la detección de cambios estructurales en los mercados financieros y en la evaluación de la eficiencia de los precios (Engle y Ng, 1993; Bollerslev, 1986).

Por su parte el modelo T-GARCH, propuesto por Zakoian (1994), incorpora una distribución de errores con colas más pesadas, lo que permite capturar mejor las características de la volatilidad y la asimetría en los datos financieros. De igual forma, el modelo GJR GARCH, desarrollado por Glosten, Jagannathan y Runkle (1993), introduce una componente adicional que permite una respuesta asimétrica de la volatilidad a los choques positivos y negativos, lo que lo hace especialmente adecuado para capturar la volatilidad condicional en períodos de alta volatilidad. Otra importante estructura es la representada por el modelo EGARCH, propuesto por Nelson (1991), este permite que los choques positivos y negativos tengan diferentes efectos en la volatilidad, esto lo hace particularmente útil para capturar la reacción desigual de la volatilidad a las noticias positivas y negativas en los mercados financieros.

Estas familias de modelos GARCH han demostrado ser herramientas eficaces para capturar la asimetría en los datos financieros y proporcionar una mejor comprensión de los choques positivos y negativos en la volatilidad. Su aplicación en el análisis de series de tiempo financieras contribuye a una mejor estimación de los riesgos asociados y a una toma de decisiones más precisa en los mercados (Engle, 1990; Zakoian, 1994; Glosten et al., 1993; Nelson, 1991).

3.6.2 Modelos GARCH-M

Los agentes económicos con aversión al riesgo deben recibir una compensación cuando poseen activos riesgosos. Los modelos de series temporales tipo ARMA-GARCH no tienen en cuenta este requisito porque la media condicional y la varianza se modelan por separado. Por lo que, se establecen los modelos GARCH-M y se utiliza el método VAR ¹⁶para modelar, calcular y analizar el valor en riesgo de estos mercados financieros.

Definición 25 (Proceso GARCH-M): Engle propuso por primera vez el modelo GARCH-M en 1987, y su expresión es la siguiente:

$$r_t = \varphi_0 + \varphi_1 \sigma_t + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

Donde φ_0 y φ_1 son constantes, y φ_1 es un coeficiente de volatilidad de la media, lo que significa que puede predecir el impacto de la fluctuación del riesgo en r_t . Si $\varphi_1 > 0$, significa que la tasa de rendimiento está positivamente correlacionada con su volatilidad (Sun, T. 2021, p. 1). Esta distribución es capaz de modelar una asimetría moderada y la curtosis que se encuentran típicamente en las series de rendimiento financiero. Un modelo GARCH-M puede ser aplicado para el estudio de la relación entre riesgo y rendimiento en los datos de los mercados de valores.

¹⁶ De acuerdo con Hamilton (1994), el "método VAR" se refiere al modelo VAR, por sus siglas en inglés "Vector Autoregression" (Autoregresión Vectorial). Es un enfoque utilizado en econometría para modelar las relaciones entre múltiples variables que evolucionan en el tiempo. En un modelo VAR, cada variable se expresa como una combinación lineal de sus propios rezagos temporales y de los rezagos de las otras variables en el sistema.

Como ejemplo empírico se tiene la investigación de Polasek y Ren (1999) donde diseñaron un modelo GARCH-M para el tipo de cambio de Estados Unidos, Japón y Alemania. El modelo propuesto fue comparado con modelos VAR y VAR-GARCH tradicionales. Durante el proceso del modelo GARCH M se menciona que existe una muy buena interacción entre los coeficientes de la ecuación y las ecuaciones de volatilidad. Al comparar los modelos por probabilidad posterior o pseudo marginal concluyen que el modelo GARCH-M es el mejor. Una hipótesis para este fenómeno es que las volatilidades juegan un papel importante en la especificación y la formulación de la incertidumbre para los tipos de cambio a diario.

Definición 26 (El término de compensación de volatilidad $g(\sigma_t^2)$): es una función con rango positivo que denota la magnitud del impacto de la volatilidad en la ecuación de la media condicional. En la práctica, existen tres hipótesis del término de compensación de volatilidad ($g(\sigma_t^2)$):

$$g(\sigma_t^2) = \delta \sigma_t^2$$

$$g(\sigma_t^2) = \delta \sigma_t$$

$$g(\sigma_t^2) = \delta \log \sigma_t^2$$

Donde, denotamos a δ como parámetro de compensación de la volatilidad que puede describir la influencia directa del término de volatilidad en la media condicional. (Chen, H. Zhang, J. Tao, Y. y Tan, F. 2019, p. 2)

La volatilidad asimétrica comprende que el rendimiento y la volatilidad condicional están vinculados de forma negativa y que esta relación es más pronunciada para las rentabilidades negativas. Las características asimétricas que se buscan abarcar en estos modelos son las siguientes: la relación negativa entre los rendimientos pasados y la volatilidad condicional; la relación positiva entre los rendimientos de mercado esperados condicionales y la volatilidad; la relación de asimetría esta mayormente marcada para los rendimientos negativos.

3.6.3 Modelos GJR-GARCH

En 1993 Glosten, Jagannathan y Runkle propusieron el modelo GJR GARCH. Esta estructura toma por hecho una forma paramétrica diferente para la volatilidad condicional y explica la asimetría que existe en los rendimientos financieros diferenciando entre dos variantes de los términos de error que pueden perjudicar el precio de un activo. Como lo menciona Hamzaoui (2016, p. 2) el planteamiento de la estructura GJR - GARCH es en realidad un modelo GARCH con la incorporación de una variable ficticia, que se incluye, en la ecuación de la varianza condicional, multiplicándose por el cuadrado del término de error del tiempo transcurrido. Funciona de la siguiente manera: la variable ficticia tomará valor igual a cero en caso de que el residuo del periodo anterior sea positivo, y el valor será igual a uno, si el residuo del periodo anterior es negativo. De este modo, la varianza condicional sigue dos procesos diferentes en función del signo de los términos de error.

El modelo GJR-GARCH es aplicable combinando algunos métodos actuariales para calcular las primas de riesgo y el enfoque de valor en riesgo. El procedimiento de calibración utilizado en el enfoque neutral al riesgo convencional se reemplaza por un conjunto de restricciones sobre los valores de las primas de riesgo expresadas a través de un rendimiento sobre el capital asignado. Como se mencionó, en este tipo de modelos se puede incluir variables dummy, las cuales se utilizan para investigar el impacto en la volatilidad con la ocurrencia de ciertos eventos como lo pueden ser las crisis financieras. Con la inclusión de dichas variables se puede mejorar el análisis de las series de tiempo llegando a conclusiones más profundas.

Definición 27 (Proceso GJR-GARCH): El modelo GJR-GARCH (llamado así por Glosten, Jagannathan y Runkle, 1993) es una variante de los modelos GARCH, definida por:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 \mathbb{1}_{\{\varepsilon_{t-i} > 0\}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_j^2$$

Donde ε_t representa un modelo TGARCH y los parámetros w , α , γ y β son números reales. Y añadiendo una variable ficticia el modelo GJR-GARCH se define como:

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 \mathbb{1}_{\{\varepsilon_{t-i} > 0\}} + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_j^2 + \theta_1 D_1$$

Donde, D representa la variable ficticia, la cual asume valores de cero y uno dada la inconsistencia en el tiempo que se desee estudiar. Esta expresión corresponde a elevar al cuadrado las variables involucradas en la ecuación de un proceso TGARCH. (Francq, C. y Zakořan, J. 2010, p. 250).

Esta extensión del modelo GARCH añade un término complementario que permite tomar en cuenta la información asimétrica observada en mercados financieros como lo pueden ser los mercados de deuda, acciones o tipo de cambio, con lo que permite que la volatilidad condicional tenga diferentes comportamientos a las observaciones pasadas. En la investigación de Odieki, Nyamuhang y Gichuhi (2017), se analiza el tipo de cambio de Estados Unidos y Kenia, donde se realizan distintos procesos GARCH. Durante dicha investigación se menciona que el modelo GJR-GARCH es de los mejores para modelar los tipos de cambio, junto con APGARCH y EGARCH. Se concluye esto, ya que fueron los modelos con una función de probabilidad más grande y con los criterios AIC y BIC más pequeños, dando a entender que la función se ajusta muy bien a los datos.

3.6.4 Modelos E-GARCH

La principal deficiencia que presentaron los modelos ARCH, es que, al estimar los parámetros, se presentaban frecuentemente coeficientes con signo negativo, surgiendo así los modelos exponenciales GARCH (EGARCH). Esta extensión de los modelos GARCH pertenece a los modelos asimétricos y surgió en 1991, cuando Nelson sugirió que un modelo de varianza condicional simétrico no sería el más adecuado para modelar los rendimientos de los mercados bursátiles porque no contemplaban los efectos de apalancamiento, que son característicos de los rendimientos del precio de las acciones.

Definición 28 (Proceso EGARCH (p, q)): Sea (η_t) una secuencia independiente e idénticamente distribuida tal que $E(\eta_t) = 0$ y $\text{Var}(\eta_t) = 1$. Entonces se dice que (ε_t) es un GARCH exponencial (EGARCH (p, q)) si satisface una ecuación de la forma:

$$\varepsilon_t = \sigma_t \eta_t$$

$$\log(\sigma_t^2) = w + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(\eta_{t-i}) + \sum_{j=1}^p \beta_j \log \sigma_{t-j}^2$$

Donde:

$$g(\eta_{t-i}) = \theta \eta_{t-i} + \zeta(|\eta_{t-i}| - E|\eta_{t-i}|)$$

Donde los parámetros w , α_i , β_j , θ y ζ son números reales. (Francq, C. y Zakoïan, J. 2010, p. 246). La contribución esencial de este modelo es que tiene en cuenta la particularidad de que durante algunos periodos existirán fenómenos que afecten directamente al rendimiento de las acciones. Por ejemplo, cuando los choques son negativos, suelen tener un mayor impacto en la volatilidad, que cuando son positivos. Con lo descrito anteriormente se deduce que al llevar a cabo un modelo EGARCH, podemos abarcar los efectos de la información asimétrica que por el contrario los modelos ARCH y GARCH no contemplan.

Como se mencionó anteriormente, en la investigación de Odieki, Nyamuhang y Gichuhi (2017) se afirma que uno de los mejores modelos para capturar la volatilidad del tipo de cambio es el E-GARCH. Adicional a esta investigación se cuenta con la que se realizó por Abdullah, Siddiqua, Hossain Siddiquee y Hossain (2017), en este caso se capturó el comportamiento del tipo de cambio de Bangladesh contra el de Estados Unidos. Aunque el modelo E-GARCH no pasó las pruebas de correlación y demostró no tener efectos ARCH, en esta investigación se puede destacar el diferente comportamiento de un modelo derivado del uso de distintas distribuciones, en este caso la estructura E-GARCH propuesta por los investigadores obtuvo mejores resultados con la distribución “*t-student*”.

Por otro lado, la investigación del tipo de cambio de Tanzania contra el dólar de Estados Unidos realizada por Ephara (2017), muestra resultados favorables para el modelo E-GARCH. El modelo mostró una varianza condicional constante, lo que se traduce a una agrupación de la volatilidad. Además, gracias al modelo E-GARCH se pudo detectar la presencia de un efecto apalancamiento sobre la volatilidad del tipo de cambio.

3.6.5 Evidencia empírica para América Latina y México

Respecto a los trabajos desarrollados para el caso latinoamericano, Porras y Fregoso (2016) desarrollan un modelado de los rendimientos cambiarios de diez países asiáticos y latinoamericanos utilizando diferentes modelos autorregresivos con heteroscedasticidad condicional, como GARCH, TGARCH y EGARCH. Los resultados principales revelan que los choques informativos tienen efectos simétricos en la volatilidad de los rendimientos cambiarios en Chile. En Brasil, China, Colombia, Corea del Sur, Malasia y México, se observa que las malas noticias aumentan la volatilidad en los rendimientos cambiarios. Además, se demuestra que el modelo AR(1)-TGARCH(1,1) y la distribución GED son adecuados para explicar la mayoría de las series de rendimientos cambiarios.

3.6.6 Métodos de estimación: Máxima Verosimilitud

El método de máxima verosimilitud es una de las técnicas estadísticas más usadas en varias áreas para poder obtener estimadores eficientes. Enders (2015, p.153) desarrolla una forma sencilla de estimar un modelo con un proceso de error ARCH (1). Tomando en cuenta que la varianza condicional del modelo a estimar ε_t no es constante, se necesita realizar una modificación a la ecuación de probabilidad para cualquier ε_t a partir de la teoría de la distribución estándar, por lo que se tendría;

$$L_t = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right) \exp\left(\frac{-\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \right)$$

donde L_t es la probabilidad de ε_t .

Dado que las realizaciones de ε_t son independientes, la probabilidad conjunta es el producto de las probabilidades individuales. Por lo tanto, si todos tienen la misma varianza, la probabilidad conjunta se representa como:

$$L = \prod_{t=1}^T \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \right) \exp\left(\frac{-\varepsilon_t^2}{2\sigma^2} \right)$$

Y para simplificar, se toma el logaritmo natural de ambos lados para obtener,

$$\ln L = -\frac{T}{2}\ln(2\pi) - \frac{T}{2}\ln\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{t=1}^T (\varepsilon_t)^2$$

Asumiendo que ε_t es el término de error en la ecuación lineal $\varepsilon_t = y_t - \beta x_t$ y que la varianza condicional es de un proceso ARCH (1) $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$. Al realizar la sustitución se obtiene:

$$\ln L = -\frac{T-1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \ln(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2) - \frac{1}{2} \sum_{t=2}^T \left[\frac{(y_t - \beta x_t)^2}{(\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2)} \right]$$

Este método de estimación se vuelve más preciso cuando se trabaja con una muestra de datos mayor, por lo que, resulta ideal para investigaciones relacionadas con los mercados financieros. Por otro lado, este método es bastante confiable y como lo mencionan González (2011, p.121) y Lutkepohl (2005, p.87) el método de máxima verosimilitud es una gran alternativa a el método de mínimos cuadrados ordinarios.

La máxima verosimilitud busca encontrar los valores de los parámetros del modelo que maximicen la probabilidad de observar los datos de la serie temporal. En el contexto de los modelos GARCH, la estimación por máxima verosimilitud implica calcular la probabilidad conjunta de los rendimientos observados y la volatilidad condicional estimada a partir de los parámetros del modelo. Esta probabilidad se maximiza ajustando los parámetros del modelo hasta obtener la función de verosimilitud máxima. La estimación por este método ha demostrado ser eficiente y robusta en la estimación de los modelos GARCH, proporcionando estimaciones consistentes y confiables de los parámetros. (Bollerslev, 1986; Engle, 1982).

3.7 Conclusión

Los modelos de heteroscedasticidad surgieron para poder acercarse a un ajuste de volatilidad más eficiente, por lo que el objetivo primario de estos modelos es ofrecer una forma de evaluar, analizar y visualizar los comportamientos, las especulaciones y los cambios repentinos de variabilidad que los precios de los activos frecuentemente manifiestan. Autores como Engle y Bollerslev fueron fundamentales para el desarrollo de estos modelos, ARCH y GARCH respectivamente, pero de igual forma para que investigadores como Glosten Jagannathan, Runkle, Nelson, etc. pudieran desarrollar extensiones de los modelos que ayudan a ajustar de mejor forma los modelos de

volatilidad condicional. Los distintos modelos que se mencionaron a lo largo de este capítulo comprenden distintas características que nos ayudan a enfocar un análisis desde distintos puntos. Comenzando por el modelo E-GARCH que permite capturar asimetrías en la respuesta de la volatilidad cambiaria además de no tener restricciones de no negatividad sobre los parámetros haciendo que se pueda analizar las series financieras de una manera más amplia. El modelo GJR-GARCH, además de ser otro modelo asimétrico, a través de variables ficticias, nos permitirá analizar los posibles quiebres estructurales que presenta la serie a través del periodo analizado.

Dentro de las distintas investigaciones mencionadas a lo largo del capítulo se concluye que los autores principales en el ámbito de la modelización de la volatilidad del tipo de cambio utilizando los modelos GJR-GARCH, EGARCH y GARCH-M ha enriquecido enormemente nuestra comprensión de la dinámica que rige los tipos de cambio. Sus estudios han profundizado en el comportamiento de las fluctuaciones del tipo de cambio tanto en economías desarrolladas como Estados Unidos y la Unión Europea, como en mercados emergentes de Asia y América del Sur. Estas contribuciones, respaldadas por los trabajos de investigadores influyentes (Abdullah, Siddiqua, Hossain Siddiquee y Hossain (2017), Polasek y Ren (1999), Ephara (2017)), han ofrecido conocimientos profundos sobre los factores multifacéticos, incluidos los fundamentos económicos, las condiciones del mercado financiero y los eventos geopolíticos, que subyacen a la volatilidad del tipo de cambio a nivel global. Además, el enfoque específico en el caso Latinoamérica (Porrás y Fregoso (2016)) ha contribuido significativamente al campo de la investigación financiera internacional. Este conjunto de trabajos subraya la importancia crítica de comprender la volatilidad del tipo de cambio para tomar decisiones en una economía global cada vez más interconectada.

Como es argumentado por Sánchez y Reyes (2006), quienes han estudiado la volatilidad del tipo de cambio mexicano, los modelos GARCH son efectivos porque capturan las regularidades empíricas de las series económicas. Ciertamente, las extensiones del modelo GARCH nos darán varias opciones para crear el modelo que se propondrá para estudiar la volatilidad del tipo de cambio. Sin duda, los modelos de la familia GARCH son la mejor opción para el estudio del tipo de cambio puesto que como ya se explicó, no solamente permiten hacer un análisis y estimación de la volatilidad, sino que también nos permiten realizar pronósticos de la volatilidad para el periodo siguiente.

Se hace una estricta mención de los modelos asimétricos, ya que el tipo de cambio mexicano ha sufrido golpes duros en diferentes periodos de su historia, como lo fue la crisis de 1994-1995, entre otros tiempos de crisis mundial (mercados emergentes 1997-1999), y con los factores de los que depende el tipo de cambio aunado al tipo de interacción que hay en los mercados de divisas y la dinámica social debido a la incertidumbre que la demanda y oferta crean, resulta ser una gran reto poder captar los choques y la gran volatilidad que presenta este tipo de variable, por lo que las familias de los modelos GARCH serán capaces de capturar estos comportamientos y con ello poder alcanzar un modelo con mayor ajuste y por ende un mejor modelo predictivo.

Capítulo 4. Estimación del tipo de cambio empleando modelos GARCH simétricos y Asimétricos

4.1 Introducción

El objetivo de esta tesis es realizar un estudio exhaustivo de modelos de tipo GARCH, con un enfoque especial en su aplicación a series de rendimientos en los tipos de cambio FIX de México. Se compara el modelo ARCH y GARCH simétrico con el modelo asimétrico GJR-GARCH(1,1) y E-GARCH(1,1). Ambos modelos son analizados considerando diferentes distribuciones condicionales, como la distribución normal, la distribución t de Student y la distribución de errores generalizados (GED), para la estructura de los rendimientos. La estimación de los parámetros se realiza utilizando una aproximación de mínimos cuadrados generalizados para la ecuación de la media y de máxima verosimilitud para la ecuación de la varianza. La evaluación del desempeño del modelo se lleva a cabo considerando los criterios de selección AIC (Akaike Information Criterio) y BIC (Bayesian Information Criterio) más bajos.

Para desarrollar un análisis más detallado se utilizan series de rendimientos de tipos de cambio utilizando datos diarios recopilados durante un periodo que abarca desde el 1 de enero de 2000 al 28 de junio de 2023, proveyendo de 5806 datos¹⁷. Además, se examinarán conceptos esenciales relacionados con las series de tiempo de rendimientos y los principales hechos estilizados asociados. Para respaldar la investigación, se recurre a las principales referencias bibliográficas en el campo de los modelos GARCH y el análisis de series de tiempo. Entre las principales referencias se encuentran los trabajos de Bollerslev (1986), Engle (1982) y Nelson (1991). Estos autores han realizado importantes contribuciones en el desarrollo y la aplicación de modelos GARCH, así como en la comprensión de la volatilidad en series financieras.

Los resultados preliminares de la tesis indican que el modelo GARCH asimétrico mejora sustancialmente la estimación al considerar densidades de colas gruesas en la varianza condicional. Además, se ha observado una reducción en la persistencia al utilizar distribuciones de colas pesadas, como la distribución de errores generalizados (GED). Otro aspecto muy destacado es que

¹⁷ Datos extraídos de: (Banxico) <https://www.banxico.org.mx/tipcamb/tipCamMIAction.do?idioma=sp>

se ha detectado la presencia de asimetría en el modelo de volatilidad condicional, por lo que se recurre a la estimación de las estructuras GJR-GARCH(1,1) y E-GARCH(1,1). Por otro lado, se ha encontrado que las "malas noticias", es decir una fuerte deprecación, tienden a aumentar con mayor magnitud la volatilidad en comparación con las "buenas noticias", es decir con una apreciación de la divisa.

A través de esta tesis, se espera una contribución al conocimiento existente sobre la modelización de la volatilidad en los rendimientos de los tipos de cambio en México, así como proporcionar información relevante para la toma de decisiones en los mercados financieros. El análisis se basa en enfoques sólidos respaldados por la literatura existente y se beneficia de las técnicas modernas de estimación y selección de modelos. Así como del empleo de software especializado que permite una implementación eficiente de los modelos GARCH simétricos y asimétricos. Estos programas proporcionan funciones y librerías específicas para el cálculo y la estimación de los parámetros de estos modelos, lo que agiliza y automatiza el proceso. Además, cuentan con algoritmos optimizados que mejoran el rendimiento computacional y reducen el tiempo de ejecución.

R-project y E. Views 12 ofrecen una amplia gama de herramientas estadísticas y gráficas que facilitan el análisis de los resultados. Estos programas permiten realizar pruebas de bondad de ajuste, de diagnóstico, de efectos ARCH y análisis de residuos para evaluar la calidad del modelo estimado. Además, proporcionan opciones para generar gráficos intuitivos y visualizaciones de la volatilidad condicional, lo que facilita la interpretación y la comunicación de los resultados obtenidos. Además de que son ampliamente utilizados y respaldados por una comunidad activa de investigadores y profesionales en el campo de las series de tiempo y las finanzas. Esto significa que hay una gran cantidad de documentación, tutoriales y recursos disponibles en línea.

El capítulo se encuentra estructurado de la siguiente manera, además de esta introducción, en la segunda sección se presenta un análisis previo de la evolución de la variable analizada, así como la presentación de las principales estadísticas. En el tercer subcapítulo se presenta la estimación y modelado del proceso ARIMA para la ecuación de la media y la evidencia de efectos de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva. Posteriormente, en el cuarto subcapítulo se exponen los modelos GARCH simétricos y asimétricos para los rendimientos del tipo de cambio FIX y su ajuste a una adecuada distribución de sus errores, se estiman pruebas de asimetría para los modelos de volatilidad condicional y se complementan con la explicación de sus curvas de

impacto y la dinámica que sigue la volatilidad condicional de la divisa. En el siguiente capítulo se desarrollan los principales hallazgos y se presentan las conclusiones.

4.2 Análisis previo de los datos

La serie consiste en la tasa de crecimiento del tipo de cambio FIX, durante el período comprendido entre el 1 de enero de 2000 y el 28 de junio de 2023. El tipo de cambio FIX es una referencia diaria utilizado por el Banco de México para establecer el valor del peso mexicano frente al dólar estadounidense y otras monedas. Esta tasa de crecimiento es un indicador clave en los mercados financieros y económicos, ya que refleja la dinámica y la dirección en la que la moneda nacional se está apreciando o depreciando en relación con otras divisas. A continuación, se presenta una revisión de la evolución de esta variable en los últimos cuatro sexenios.

Vicente Fox (2000-2006):

Durante el sexenio de Vicente Fox, desde el año 2001 hasta 2006, el tipo de cambio en México reflejó una montaña rusa de fluctuaciones influenciadas por factores internacionales y locales. En los inicios del mandato presidencial, el país experimentó un clima de expectativas optimistas ante la alternancia en el poder y la promesa de reformas. Hubo una relativa estabilidad en el peso mexicano y una ligera apreciación frente al dólar, reflejando la confianza en las políticas del nuevo presidente y las expectativas de cambios positivos.

Sin embargo, a nivel global, la economía se desaceleraba y los mercados internacionales atravesaban momentos complicados. La desaceleración en la economía de Estados Unidos, uno de los principales socios comerciales de México, ejerció presión en la moneda mexicana. Esta situación, sumada a la incertidumbre en torno a las reformas y los cambios propuestos por el nuevo gobierno, generó fluctuaciones en el tipo de cambio.

En 2002, factores como la incertidumbre sobre la recuperación de la economía estadounidense, problemas de transparencia corporativa en EE. UU. y tensiones geopolíticas influyeron negativamente en el peso. El nerviosismo del mercado internacional y las crisis en América del Sur impactaron en la moneda mexicana, que se depreció considerablemente. (Banxico,2002)

En 2003, conflictos en Medio Oriente y el debilitamiento de la economía estadounidense afectaron la confianza de los inversionistas, llevando a una depreciación del dólar frente a monedas importantes como el euro. No obstante, medidas adoptadas por el Banco de México y mejoras en el entorno internacional influenciaron positivamente la percepción de los mercados hacia México.

En 2004, se reflejó un entorno global de expansión, con buenos resultados en EE. UU. y Japón que impactaron favorablemente en la economía mexicana. El riesgo soberano reducido, la estabilidad macroeconómica y las exportaciones contribuyeron a mantener una paridad ligeramente más apreciada. (Banxico,2004).

En 2005, los mercados financieros respondieron a un entorno de expansión económica, impulsado por precios internacionales del petróleo y una mayor restricción monetaria. El tipo de cambio reflejó una tendencia hacia la apreciación la mayor parte del tiempo, aunque con momentos de aversión al riesgo que generaron presiones sobre el peso mexicano. (Banxico,2005).

En 2006, hubo una variedad de factores que influyeron en el tipo de cambio. Las expectativas de crecimiento global, particularmente en Estados Unidos, generaron volatilidad. La percepción de una Reserva Federal de EE.UU. que aumentaría las tasas de fondos federales más allá de lo esperado afectó los mercados. El tipo de cambio, en un inicio, mostró depreciación, pero se estabilizó y luego apreció debido a flujos de recursos externos y una mayor entrada de divisas por remesas. (Banxico,2006).

En el año 2006, con el final del gobierno de Vicente Fox y el inicio del mandato presidencial de Felipe Calderón, la economía mexicana se enfrentaba a retos que también influirían en el tipo de cambio. Las políticas y decisiones tomadas por el nuevo gobierno tendrían un impacto en la percepción de los inversionistas y, por ende, en la moneda nacional. El manejo de las relaciones económicas y comerciales con Estados Unidos, la estabilidad interna y las reformas estructurales propuestas serían factores clave en la evolución del tipo de cambio durante este período.

Las decisiones y anuncios sobre la política económica, así como el comportamiento de la economía global y su interacción con las políticas domésticas, jugarían un papel fundamental en la formación de las expectativas del mercado y, en consecuencia, en la dinámica del tipo de cambio a lo largo del sexenio de Calderón.

Felipe Calderón (2006-2012):

Durante el sexenio de Felipe Calderón, México enfrentó desafíos económicos (Banxico,2022) que fueron consecuencias directas de múltiples factores económicos y financieros. Estos factores, que incluyen el estancamiento económico, la inflación, la dependencia del petróleo, el aumento de la deuda, el desempleo, la apreciación del dólar, la crisis financiera global y la intervención del Banco de México, crearon una percepción de riesgo en los mercados y contribuyeron a la volatilidad en el tipo de cambio. La fuerte dependencia comercial con los Estados Unidos también desempeñó un papel significativo al influir en la demanda de pesos mexicanos. (Ortega, 2015).

La crisis financiera global de 2008 tuvo un impacto negativo en las economías emergentes, incluida México, y provocó una depreciación del peso mexicano frente al dólar, ya que la incertidumbre global llevó a los inversionistas a refugiarse en activos seguros, como el dólar. Además, las políticas monetarias y fiscales adoptadas para hacer frente a la crisis y estimular la economía también influyeron en el tipo de cambio. Aunque hubo momentos de volatilidad, el peso mexicano logró recuperarse en ciertos periodos, reflejando la resiliencia de la economía mexicana. (León,2009)

Enrique Peña Nieto (2012-2018):

Durante el sexenio de Enrique Peña Nieto, México continuó enfrentando desafíos económicos y una volatilidad significativa en los mercados financieros internacionales. El tipo de cambio estuvo influenciado por factores como la incertidumbre económica global, las políticas monetarias de los bancos centrales internacionales y los precios del petróleo

Uno de los años más relevantes fue 2014. Durante este periodo el peso mexicano experimentó una depreciación importante debido a la expectativa de un ajuste en la política monetaria de Estados Unidos y una disminución en los precios internacionales del petróleo. La Reserva Federal de Estados Unidos anunció su intención de reducir el programa de compra de activos, conocido como "quantitative easing", y de iniciar un proceso de aumento gradual de las tasas de interés. Esta noticia provocó una fuga de capitales de los mercados emergentes, incluido México, en busca de activos más seguros y rendimientos más altos en Estados Unidos. La demanda de dólares se incrementó, lo que resultó en una apreciación del dólar y una depreciación del peso mexicano.

Además, esta anticipación afectó las decisiones de inversión en México, disminuyendo la confianza de los inversionistas y ralentizando el crecimiento económico. (Rozo,2016)

Por otro lado, los precios internacionales del petróleo cayeron drásticamente debido a un exceso de oferta global y a una desaceleración de la demanda, lo que afectó negativamente los ingresos del gobierno mexicano. La caída de los precios del petróleo erosionó la posición financiera de Pemex, la empresa estatal de petróleo, y planteó dudas sobre la capacidad de México para mantener sus niveles de producción y cumplir con sus compromisos fiscales. Es relevante señalar que existen estudios indicando el gran impacto que puede tener una variable, como es el precio del petróleo, ejerciendo una influencia significativa, tanto de forma directa como indirecta, sobre el tipo de cambio en economías con una destacada producción de petróleo. (Sánchez y Perrotini, 2020).

Sin embargo, no fueron los únicos impactos por los que la moneda nacional se vio afectada, el crecimiento del Producto Interno Bruto (PIB) promedio fue alrededor del 2.5%, una cifra inferior a las expectativas y al objetivo establecido en el Programa Nacional de Financiamiento del Desarrollo 2013-2018. Esta falta de crecimiento económico también contribuyó a la incertidumbre en los mercados financieros y, por lo tanto, a la variabilidad del tipo de cambio.

La inflación, igualmente desempeñó un papel importante en la economía mexicana durante este periodo. La inflación promedio fue del 4.01% (Banxico, 2009), y en 2017 se registró la tasa más alta en 17 años. Esto generó preocupaciones sobre la pérdida de poder adquisitivo de los mexicanos, lo que llevó a inversores a tomar decisiones en los mercados de divisas que influyeron en la variabilidad del tipo de cambio.

El empleo fue otro aspecto crítico de la economía durante el mandato de Peña Nieto. Aunque se crearon más de 3.6 millones de nuevos empleos formales, la mayoría de ellos pagaban salarios bajos, lo que puede haber contribuido a la desigualdad económica y, posiblemente, a la emigración de trabajadores mexicanos a Estados Unidos en busca de mejores oportunidades. Este flujo de trabajadores y la retórica antiinmigrante del presidente Donald Trump también tuvo consecuencias al operar el tipo de cambio.

La deuda pública federal de México aumentó en un 70% durante el sexenio, alcanzando un nivel significativamente alto. Este aumento en la deuda pública incrementó la percepción de riesgo entre los inversores extranjeros, lo que contrajo una mayor volatilidad.

En cuanto a la inversión pública e inversión extranjera directa (IED), la disminución de la inversión pública y los esfuerzos por atraer la IED a través de reformas económicas influyeron en la percepción de estabilidad económica. La incertidumbre relacionada con las políticas comerciales de Estados Unidos, incluida la renegociación del TLCAN bajo la presidencia de Donald Trump, también fue un factor clave en la variabilidad del tipo de cambio. La amenaza de una posible salida de Estados Unidos del acuerdo o de cambios significativos en sus términos causó inquietud en los mercados financieros mexicanos. (SHCP,2021,pg 33)

Con todos los puntos mencionados anteriormente, el tipo de cambio no reflejaba una visualización muy favorable para el siguiente mandato, quien ha tenido como principal a Andrés Manuel López Obrador, y que con sus planes y reformas pretende tener mayor estabilidad y crecimiento económico, a continuación, se detallan aspectos fundamentales en el transcurso de su sexenio

Andrés Manuel López Obrador (2018-2024):

Durante el sexenio de Andrés Manuel López Obrador, el comportamiento del tipo de cambio ha sido el reflejo de una intersección entre las políticas económicas implementadas y la relación comercial bilateral entre México y Estados Unidos, ya que al analizar el detalle estos dos componentes, podemos detallar el gran impacto que genera un país sobre el otro. Para México la apertura comercial, ha tenido un impacto fundamental económicamente, llegando en los últimos años a aproximar el valor de la mitad de su producto interior bruto y desde que se implementó el NAFTA, se ha triplicado. (Cámara,2019). El gobierno de López Obrador ha tenido como principal objetivo implementar estrategias, con la finalidad de fortalecer la economía interna y disminuir la dependencia en factores externos, lo que ha generado fortalezas para tener un impacto en la valoración del peso mexicano frente al dólar estadounidense. (Gobierno de México, 2019)

El enfoque del gobierno ha estado fundamentado en la consolidación de una política económica más nacionalista y autónoma, con énfasis en el fomento a la inversión y el desarrollo de programas sociales. Estas acciones, que incluyen la reducción del gasto público, la creación de políticas para

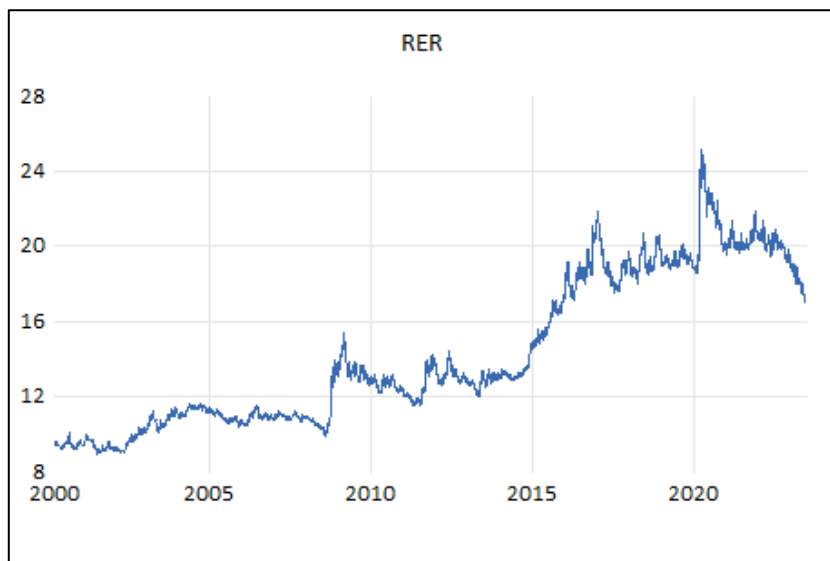
el sector energético y la puesta en marcha de programas de bienestar social, han influido en la percepción del mercado financiero (Martínez, 2021).

La posición en la renegociación del T-MEC (Tratado entre México, Estados Unidos y Canadá) ha sido un punto clave para el tipo de cambio durante este período. Las medidas adoptadas en torno a las relaciones comerciales con Estados Unidos, el principal socio comercial de México, han tenido un peso significativo en la percepción de los inversionistas (SHCP, 2019).

Asimismo, el impacto de la pandemia de COVID-19 ha sido un factor determinante. La crisis sanitaria global ha generado volatilidad en los mercados, afectando la economía mexicana y provocando fluctuaciones en el tipo de cambio. Las respuestas económicas y sanitarias implementadas por el gobierno frente a la pandemia, así como la reactivación gradual de distintos sectores productivos, han sido elementos esenciales en la evolución de la moneda nacional. Es un acuerdo que ofrece a México la posibilidad de incrementar su competitividad y consolidarse como plataforma de producción, exportación e inversión al fortalecer las cadenas de valor y la proveeduría regional. (SHCP, 2021).

La expectativa de la recuperación económica tanto a nivel nacional como internacional, con particular énfasis en el comportamiento de la economía estadounidense y los precios del petróleo, también ha influido en la valoración del peso mexicano. Las políticas monetarias implementadas por la Reserva Federal de Estados Unidos y las variaciones en la demanda y precios de los hidrocarburos han sido determinantes para las fluctuaciones del tipo de cambio. El análisis del tipo de cambio durante el gobierno de López Obrador es multifacético y, además de los elementos económicos, debe considerar la compleja interacción de políticas gubernamentales, decisiones económicas, dinámicas comerciales y la influencia de eventos globales, todos los cuales han sido fundamentales en la volatilidad y tendencia del peso mexicano frente al dólar.

Figura 4.1. Evolución de la serie tipo de cambio USD MXN (2000 – 2024)



(Elaboración propia en Eviews.)

El primer paso para estimar cualquier proceso GARCH es estimar el modelo de la media. Dado que el nivel del índice es claramente no estacionario, la tasa de crecimiento diaria del tipo de cambio FIX se construyó como el cambio porcentual

$$r_t = \ln \left(\frac{RER_t}{RER_{t-1}} \right) * 100$$

Se pueden identificar claramente los períodos en los que solo hay pequeños cambios en la serie y otros donde hay grupos de grandes aumentos y disminuciones en el índice. Los periodos de mayor volatilidad pueden visualizarse durante finales del año 2008, esta alta variabilidad se mantiene hasta finales de abril del 2010. Nuevamente durante noviembre del 2014 y hasta el 2017 se presentan altos movimientos, manteniéndose durante ese lapso de tiempo una variabilidad similar, posteriormente, durante aproximadamente 2 años mantiene un nivel de volatilidad relativamente bajo y de nuevo tiene un alto impacto de variabilidad durante el periodo de inicios de pandemia COVID, marzo del 2020.

4.2.1 Estacionariedad

El desarrollo de gráficas es una herramienta importante en el análisis de series de tiempo para identificar la presencia de raíces unitarias. Éstas permiten visualizar los patrones de comportamiento de la serie y ayudan a determinar si la serie es estacionaria o no. Algunas incluyen la serie original, la tendencia y las funciones de autocorrelación. Las gráficas de la serie original son útiles para observar la presencia de tendencias, cambios estructurales o patrones cíclicos en los datos. Si se identifica una tendencia o un patrón sistemático en la serie original, esto puede ser una indicación de la presencia de una raíz unitaria. Por otro lado, las gráficas de autocorrelación, como el gráfico de función de autocorrelación (ACF) y el gráfico de función de autocorrelación parcial (PACF), son especialmente relevantes para identificar la presencia de dependencia serial en los datos. Si se observan autocorrelaciones significativas en rezagos distintos de cero, esto puede ser un indicio de una raíz unitaria presente en la serie.

El análisis de las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF) de los residuos de una serie de tiempo es importante para identificar la posible existencia de una raíz unitaria. Al examinar las ACF y PACF de los residuos, se pueden detectar patrones de dependencia serial o autocorrelación en la varianza condicional de la serie. Si se observan autocorrelaciones significativas en las ACF y/o PACF de los residuos en rezagos distintos de cero, esto sugiere que la varianza de la serie está correlacionada con su propia historia pasada, lo cual es indicativo de una posible raíz unitaria.

Se realiza la construcción de las gráficas sobre las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (PACF) de los residuos de la serie del tipo de cambio FIX con 36 rezagos (Figura 4.2). Al examinar los resultados de las gráficas y de las funciones de autocorrelación (ACF y PACF) observamos niveles significativos de autocorrelación y por ende estos resultados indicarían una posible presencia de raíz unitaria.

Figura 4.2 Función de autocorrelación simple y parcial

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	1.000	1.000	8503.4	0.000
		2	0.999	-0.053	17001.	0.000
		3	0.999	0.022	25492.	0.000
		4	0.998	0.012	33977.	0.000
		5	0.998	-0.011	42457.	0.000
		6	0.998	-0.004	50930.	0.000
		7	0.997	0.006	59397.	0.000
		8	0.997	0.018	67859.	0.000
		9	0.996	0.024	76316.	0.000
		10	0.996	-0.010	84767.	0.000
		11	0.996	-0.027	93212.	0.000
		12	0.995	-0.011	101651.	0.000
		13	0.995	-0.025	110084.	0.000
		14	0.994	-0.023	118511.	0.000
		15	0.994	0.014	126930.	0.000
		16	0.993	0.012	135344.	0.000
		17	0.993	-0.006	143751.	0.000
		18	0.993	0.002	152152.	0.000
		19	0.992	-0.021	160547.	0.000
		20	0.992	-0.004	168934.	0.000
		21	0.991	-0.009	177316.	0.000
		22	0.991	0.004	185690.	0.000
		23	0.990	-0.005	194058.	0.000
		24	0.990	-0.006	202419.	0.000
		25	0.989	0.012	210773.	0.000
		26	0.989	-0.005	219120.	0.000
		27	0.989	0.008	227461.	0.000
		28	0.988	0.013	235796.	0.000
		29	0.988	-0.013	244124.	0.000
		30	0.987	-0.011	252445.	0.000
		31	0.987	0.027	260760.	0.000
		32	0.986	0.002	269069.	0.000
		33	0.986	0.003	277371.	0.000
		34	0.985	0.014	285667.	0.000
		35	0.985	-0.021	293956.	0.000
		36	0.985	-0.024	302239.	0.000

(Elaboración propia en Eviews)

Trabajar con series de tiempo estacionarias, como tasas de crecimiento o rendimientos, es una práctica común en el análisis de series de tiempo, pues al trabajar con series de tiempo estacionarias, se simplifica el análisis al eliminar o reducir la presencia de tendencias y patrones de larga duración en los datos. Esto permite un enfoque más claro en los componentes de corto plazo y la variabilidad inherente a los datos. Las series de tiempo estacionarias tienen propiedades estadísticas que no cambian a lo largo del tiempo. Esto implica que las propiedades de media, varianza, autocorrelación y otras medidas se mantienen constantes a lo largo del tiempo, lo que facilita el análisis y la interpretación de los resultados. Finalmente, muchos modelos y técnicas clásicas en el análisis de series de tiempo, como los modelos ARMA, ARIMA y SARIMA, están diseñados para trabajar con series de tiempo estacionarias. Al trabajar con este tipo de series, se puede aplicar una amplia gama de modelos y técnicas establecidas, lo que facilita el análisis y la interpretación de los resultados (Shumway y Stoffer, 2017).

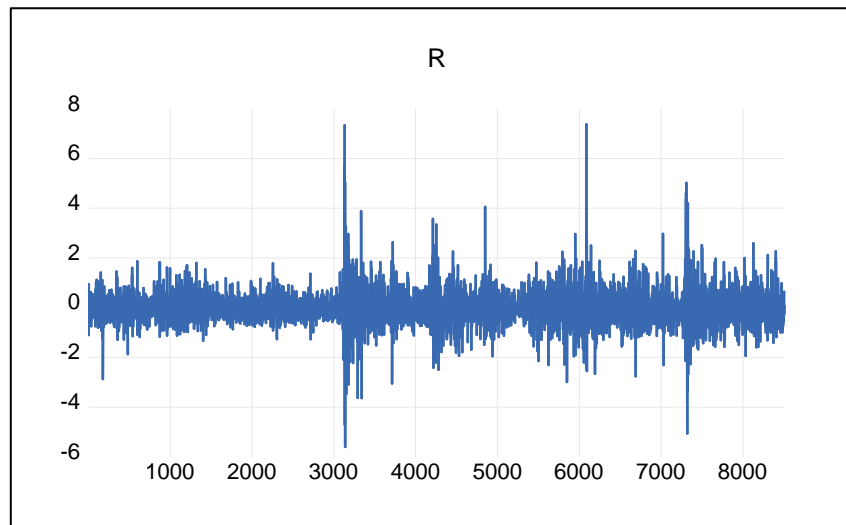
Las pruebas de raíz unitaria, como la desarrollada por Dickey-Fuller (DF), y ampliada posteriormente a la prueba Dickey-Fuller Generalizada (GLS-DF) así como la prueba Phillips-Perron (PP), son ampliamente utilizadas en el análisis de series de tiempo para evaluar la estacionariedad de una serie y la presencia de una raíz unitaria. Al respecto se puede mencionar que la primera es una de las pruebas más conocidas para evaluar la existencia de una raíz unitaria en una serie de tiempo. Es útil para verificar la estacionariedad de la serie y determinar si es necesario aplicar técnicas de diferenciación. La prueba DF tiene la ventaja de permitir la inclusión de términos de retardo en el modelo, lo que ayuda a capturar posibles dependencias de orden superior en los datos. Por su parte la prueba GLS-DF es una extensión del enfoque DF que incorpora la corrección de heteroscedasticidad y autocorrelación en los residuos del modelo. Finalmente, la prueba PP es otro procedimiento ampliamente utilizado para evaluar la existencia de una raíz unitaria en una serie de tiempo. A diferencia de la primera, esta última permite la inclusión de términos determinísticos en el modelo, como tendencias determinísticas y cambios de nivel. Esto hace que la prueba PP sea más flexible y adecuada para detectar diferentes formas de no estacionariedad en los datos. A continuación, se muestran los resultados de las tres pruebas desarrolladas para sus tres estructuras.

Figura 4.3 Prueba Dickey-Fuller (DF), Prueba Dickey-Fuller Generalizada (GLS-DF) y Prueba Phillips-Perron (PP)

		Pruebas		
P-value		Dickey-Fuller	Dickey-Fuller Generalizada	Phillips-Perron
Estructuras	Constante	0.0001	0.0000	0.0001
	Constante y tendencia	0.0001	0.0000	0.0001
	Tendencia	0.0001	NA	0.0001

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

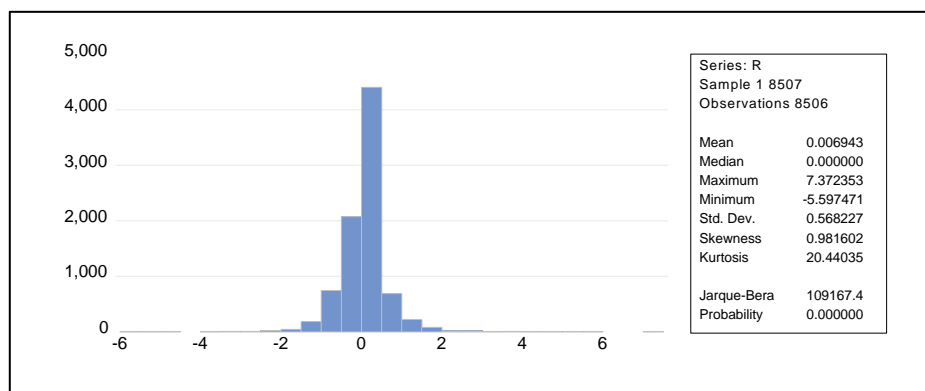
Figura 4.4. Evolución de volatilidad para la serie tipo de cambio USD MXN



(Elaboración propia en Eviews)

Como se observa, la muestra tiene el comportamiento de una caminata aleatoria, lo que es común dentro del mercado financiero. Pero lo más relevante, son los pequeños cambios en la serie, los que se ven más claramente son los del periodo de 2008, 2014, 2017 y 2020 donde hay grupos de grandes aumentos y disminuciones en el índice.

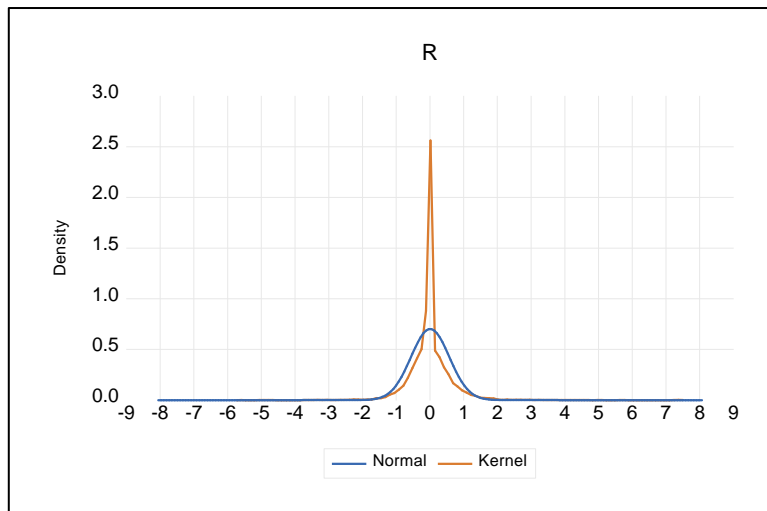
Figura 4.5. Distribución de la serie tipo de cambio USD MXN



(Elaboración propia en Eviews.)

Las 8506 observaciones en la serie $\{rt\}$ tienen un valor medio de 0.006943 y una desviación estándar muestral de 0.568227 (media y de no condicionales). A continuación, se presenta la distribución real de estas observaciones y se compara con la distribución normal.

Figura 4.6. Comparación distribución normal vs distribución de la serie tipo de cambio USD MXN



(Elaboración propia en Eviews)

Se puede identificar que la distribución de los rendimientos es más alta que la normal. Además, las colas son más pesadas que en una distribución normal. En general, tiene sentido estimar la serie $\{rt\}$ usando una distribución t junto con el parámetro de grados de libertad. La mayoría de los paquetes de software profesional pueden estimar un proceso GARCH utilizando una distribución t -student.

4.2.2 Cambio estructural

Las pruebas de quiebres estructurales, también conocidas como *break point unit root tests*, son herramientas importantes en el análisis de series de tiempo para identificar cambios estructurales en la tendencia o en la raíz unitaria de la serie. Estas pruebas permiten determinar si existen cambios significativos en los parámetros de la serie a lo largo del tiempo, lo cual es crucial para

modelar y analizar correctamente la serie. Las pruebas de quiebres estructurales son especialmente relevantes cuando se sospecha que la serie puede tener cambios en la tendencia o en la raíz unitaria en momentos específicos, como cambios en la política económica, eventos económicos importantes o cambios en la estructura de la serie. Estas pruebas ayudan a identificar y cuantificar la presencia de quiebres estructurales, lo que permite ajustar modelos adecuados y obtener estimaciones más precisas (Andrews, 1993).

En el contexto del tipo de cambio FIX en México, es importante tener en cuenta que este mercado está influenciado por una serie de factores, como las políticas monetarias, las condiciones económicas internas y externas, los movimientos del mercado financiero global y los eventos políticos. Estos factores pueden generar cambios abruptos en el tipo de cambio, lo que puede alterar la tendencia y la volatilidad de la serie.

México mantiene un enfoque en políticas monetarias para lograr estabilidad de precios y contener la inflación, implementando ajustes en las tasas de interés de referencia como una medida clave. Se buscó mantener un crecimiento económico moderado, y las reformas estructurales en los sectores de energía y telecomunicaciones se habían implementado para fomentar la inversión y el crecimiento. Las elecciones federales y locales impactaron en la orientación política y las decisiones económicas. México enfrentó la volatilidad y la incertidumbre en los mercados financieros internacionales, lo que implicaba desafíos para la economía. La desaceleración en China, la crisis de deuda en la Eurozona, y las fluctuaciones en los precios de los productos básicos, en particular el petróleo, representaron factores externos que podían influir en la economía mexicana.

Banxico (2015) informó que, durante 2014 se experimentó un significativo deterioro en el contexto internacional, marcado por la ocurrencia de dos eventos disruptivos. Por un lado, se observó una marcada disminución en el precio global del petróleo, y se anticipó que este se mantendría en niveles bajos durante un período prolongado, principalmente debido a factores relacionados con la oferta. Por otro lado, se presenció una apreciación generalizada del dólar estadounidense, como consecuencia de un reajuste en las carteras de inversión motivado por las diferencias en las tasas de crecimiento y las perspectivas respecto a las políticas monetarias de las principales economías avanzadas.

Además, en el año 2014, de acuerdo con el columnista Roberto González del periódico “La Jornada”, La agudización de los problemas sociales en México detuvieron las decisiones de inversión y cuestionaron las prometedoras perspectivas que se generaron al inicio de la administración del entonces presidente Enrique Peña Nieto. De acuerdo con Moodys Analytics el desempeño de la actividad económica en el tercer trimestre fue decepcionante. Los acontecimientos políticos y sociales generaron cuestionamientos a las prometedoras perspectivas generadas en esa administración. Particularmente la desaparición forzada de 43 estudiantes de la normal rural de Ayotzinapa, Guerrero, y el asesinato de otras seis personas, ambos hechos desataron una ola de protestas nacionales e internacionales y sobre las cuales el gobierno federal mostró una tardía respuesta y baja efectividad en sus acciones para resolver los casos.

Este conjunto de circunstancias, aunado a la desaceleración de la economía global, marcada por la debilidad predominante en la mayoría de las economías avanzadas y emergentes (con la notable excepción de Estados Unidos), contribuyó a un aumento de la volatilidad en los mercados financieros internacionales. Este aumento en la volatilidad exacerbó las vulnerabilidades financieras de ciertas economías emergentes.

La situación mencionada plantea la posibilidad de un cambio estructural significativo en la serie de datos del tipo de cambio FIX en México. A fin de evaluar si, en efecto, se está experimentando un comportamiento diferente en la volatilidad durante este período, se llevará a cabo la creación de una variable dicotómica, también conocida como "dummy". Esta variable tendrá como objetivo permitir la observación independiente del impacto de los eventos de este período en términos de volatilidad. La introducción de esta variable permitirá analizar si los acontecimientos recientes han generado un cambio sustancial en la volatilidad del tipo de cambio, lo que podría ser crucial para comprender mejor y modelar de manera más precisa el comportamiento del mercado cambiario en México.

4.3 Modelo ARIMA para los rendimientos del tipo de cambio FIX.

A continuación, se debe identificar el valor esperado para la media del modelo. Para esta etapa se pueden emplear algoritmos computacionales como “auto.arima” en el software R-project o “Automatic ARIMA Forecasting” en Eviews. 12. Este último es un enfoque utilizado para realizar pronósticos automatizados utilizando el modelo ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving

Average). Como se mencionó en el capítulo 2. Los procesos ARIMA son una técnica ampliamente utilizada en la predicción de series temporales y se basa en la identificación de patrones y tendencias en los datos históricos para realizar proyecciones futuras.

El enfoque automático de ARIMA en EViews 12 simplifica el proceso de selección del modelo ARIMA adecuado al realizar de manera automática las etapas de identificación, estimación y diagnóstico del modelo. La función utiliza algoritmos y técnicas avanzadas para identificar automáticamente la mejor configuración del modelo ARIMA para una serie de datos específica. Examina diferentes combinaciones de parámetros del modelo, como el orden del componente autoregresivo (p), el orden del componente de promedio móvil (q) y el número de diferencias (d), y selecciona el modelo que proporciona el mejor ajuste y rendimiento en función de criterios estadísticos.

La ventaja de utilizar el algoritmo es que simplifica y agiliza el proceso de pronóstico de series temporales al automatizar muchas de las tareas tediosas y técnicas. Esto permite a los usuarios centrarse en el análisis e interpretación de los resultados en lugar de gastar tiempo en la selección manual del modelo ARIMA. Por ello, se constituye como una herramienta poderosa que simplifica la estimación y evaluación de múltiples candidatos para obtener el modelo ARIMA óptimo. Al automatizar gran parte del proceso, permite a los usuarios sin experiencia técnica en series temporales generar pronósticos confiables y enfocarse en el análisis de los resultados para tomar decisiones informadas. Cuando se aplica el comando “Automatic ARIMA Forecasting” en E.views 12 los resultados señalan que se trata de un modelo ARMA(0,1).

Figura 4.7 Resultados del algoritmo Automatic ARIMA Forecasting

Automatic ARIMA Forecasting Selected dependent variable: R Date: 07/03/23 Time: 16:45 Sample: 1/01/2000 6/28/2023 Included observations: 8506 Forecast length: 0
Number of estimated ARMA models: 25 Number of non-converged estimations: 0 Selected ARMA model: (0,1)(0,0) SIC value: 1.70593406569

(Elaboración propia en Eviews)

A pesar de que en ninguno de los 5 modelos creados el coeficiente sea estadísticamente significativo, se le tiene que dar la razón a la función de Eviews que ha llevado a cabo la estimación y diagnóstico del mejor modelo. Resulta particularmente relevante la información proporcionada en la figura número 4.1, que arroja luz sobre la elección del modelo más apropiado. Utilizando el criterio de información BIC donde un valor más bajo de BIC indica que el modelo tiene un mejor ajuste a los datos, teniendo en cuenta la penalización por la complejidad del modelo. En este sentido, es destacable que el modelo MA (1) exhibe el BIC más bajo entre los modelos evaluados, lo que sugiere que es la elección más adecuada.

Figura 4.8. Resumen resultados prueba Automatic ARIMA Forecasting

	Modelo 1 ARMA(1,1)	Modelo 2 AR(1)	Modelo 3 MA(1)	Modelo 4 AR(2)	Modelo 5 MA(2)
Coefficiente	0.006941	0.006941	0.006941	0.006941	0.006941
Errores Estándar	0.006515	0.00658	0.006571	0.006398	0.006437
t-Stat	1.065346	1.054752	1.056251	1.084905	1.078335
P-Value	0.2867	0.2916	0.2909	0.278	0.2809
Criterio de Akaike	1.703242	1.703434	1.703213	1.702876	1.703059
Criterio de Schwarz	1.705728	1.705091	1.70487	1.705362	1.705545
Criterio de Hannan-Quinn	1.70409	1.703999	1.703779	1.703725	1.703907

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

El criterio de Información Bayesiano de Schwartz (SBC, por sus siglas en inglés) es una medida utilizada en el análisis bayesiano para seleccionar el modelo más adecuado entre un conjunto de

modelos candidatos. A continuación, se enlistan las razones por las cuales se debe cumplir el criterio de parsimonia empleando el SBC. De acuerdo con (Schwartz,1978) el SBC fomenta la parsimonia al penalizar la complejidad excesiva de los modelos.

En el análisis bayesiano, se busca encontrar el equilibrio entre el ajuste a los datos y la complejidad del modelo. El SBC considera tanto la verosimilitud de los datos como la complejidad del modelo a través del término de penalización. Al seleccionar el modelo con el valor mínimo del SBC, se favorece la elección de modelos más simples y concisos. Además, cuando se compara entre el SBC y el criterio de información de Akaike (AIC (por sus siglas en inglés) en términos de parsimonia, existe evidencia empírica que respalda la afirmación de que el SBC tiende a seleccionar modelos más parsimoniosos en comparación con el AIC. Varios estudios han demostrado que el SBC es más conservador y penaliza más fuertemente la complejidad del modelo que el AIC (Kass y Wasserman, 1995). En términos del costo marginal de agregar variables predictoras, se ha demostrado que el SBC penaliza más fuertemente que el AIC la adición de variables adicionales en el modelo. Esto significa que el SBC requiere una mejora sustancial en el ajuste para justificar la inclusión de variables adicionales, lo que promueve la selección de modelos más parsimoniosos.

La estimación de las ecuaciones se llevó a cabo mediante el método de Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS) con la optimización Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) que es un enfoque comúnmente utilizado para la estimación de modelos de series de tiempo ARMA. De acuerdo con (Brockwell y Davis, 2016 y Box et al., 2015) entre las razones principales por las cuales se puede optar por estimar un modelo de series de tiempo utilizando este método destacan:

1) Eficiencia y consistencia: El método GLS-BFGS es eficiente y consistente para la estimación de modelos ARMA. Proporciona estimaciones de los parámetros del modelo que son óptimas en el sentido de tener la menor varianza posible en comparación con otros estimadores en ciertos supuestos. Además, el método BFGS es conocido por su buen desempeño en la convergencia rápida hacia el óptimo, lo que permite estimaciones confiables incluso para modelos complejos;

2) Consideración de la estructura de correlación: Tiene en cuenta la estructura de correlación presente en los modelos ARMA. Al emplear GLS, se pueden tomar en consideración las autocorrelaciones y autocovarianzas de los errores, lo que permite una estimación más precisa y eficiente de los parámetros del modelo;

3) Flexibilidad para modelar diferentes especificaciones ARMA: El método GLS-BFGS es adecuado para estimar modelos ARMA con diferentes especificaciones, como $ARMA(p,q)$, $AR(p)$, $MA(q)$, entre otros. Esto permite adaptar el modelo a las características y patrones específicos presentes en los datos de series de tiempo; y

4) Robustez ante violaciones de supuestos: El método puede ser más robusto ante violaciones de los supuestos básicos, como la no estacionariedad o la heteroscedasticidad, al considerar la estructura de correlación en la estimación de los parámetros. Esto permite obtener estimaciones más confiables incluso en presencia de problemas en los datos de series de tiempo.

4.3.1 Prueba de efectos ARCH

Enseguida se desarrolla la prueba de heteroscedasticidad ARCH, también conocida como prueba McLeod-Li (1983), que consiste en desarrollar un procedimiento para identificar la presencia de volatilidad en un modelo de series de tiempo. Esta estructura permite identificación de volatilidad condicional que se refiere a la variabilidad de la varianza de los errores condicionada respecto a su información pasada. Esta prueba permite detectar patrones de heteroscedasticidad en la serie, lo que indica la existencia de volatilidad que puede afectar la modelización y el análisis de la serie. La prueba ARCH/McLeod-Li se basa en la estimación de autocorrelaciones al cuadrado de los residuos del modelo. Estas autocorrelaciones capturan la relación entre los errores al cuadrado en diferentes rezagos y permiten evaluar la presencia de heteroscedasticidad en la serie (Brooks, 2019). La prueba es ampliamente utilizada en el análisis financiero para identificar la presencia de volatilidad en los rendimientos de activos financieros o de tipos de cambio. Es especialmente útil en la modelización de la volatilidad en mercado cambiario, donde la volatilidad juega un papel crucial en la toma de decisiones y la gestión de riesgos.

Figura 4.9. Resumen de resultados sobre prueba efectos ARCH

	Coeficiente	Errores Estándar	t-Stat	P-Value
Coeficiente	0.117443	0.015426	7.613481	0.0000
Rezago 1	0.188242	0.010813	17.40908	0.0000
Rezago 2	0.048798	0.010929	4.464762	0.0000
Rezago 3	0.050532	0.010917	4.628931	0.0000
Rezago 4	0.076386	0.010899	7.008637	0.0000
Rezago 5	0.068936	0.010916	6.315001	0.0000
Rezago 6	0.117889	0.010929	10.78682	0.0000
Rezago 7	0.08512	0.010812	7.872443	0.0000

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

Con base en los resultados de la prueba de efectos ARCH se concluye que existe volatilidad en 7 rezagos (se consideran los 7 días de la semana). Además, se toma en cuenta el estadístico F-stat que indica conjuntamente los coeficientes, al tener un F-stat altamente significativo (P-Value=0.0000), se puede concluir que se acepta la hipótesis nula de la prueba, es decir, hay existencia de errores GARCH en los 7 rezagos.

4.4 Modelos GARCH simétricos y asimétricos para los rendimientos del tipo de cambio FIX

El modelo ARCH propuesto por Engle (1982) permite estimar la varianza condicional, lo cual es esencial para comprender los patrones cambiantes de volatilidad en la serie del tipo de cambio. Al capturar la naturaleza variable en el tiempo de la volatilidad, el modelo proporciona pronósticos condicionales más precisos en comparación con los pronósticos no condicionales. Esto se debe a que los pronósticos no condicionales no tienen en cuenta la información contenida en las observaciones pasadas de la serie. Como se identificó en el capítulo anterior, el modelo GARCH(1,1) puede ser expresado de forma equivalente al modelo ARCH(∞), lo cual simplifica el proceso de identificación y estimación. Al igual que el modelo ARMA(1,1) puede ser representado como un modelo AR(∞), el modelo GARCH(1,1) puede ser expresado como un modelo ARCH(∞):

Esta relación entre los modelos GARCH(1,1) y ARCH(∞) es ampliamente utilizada en el análisis de series de tiempo financiera, particularmente del tipo de cambio y ha demostrado ser útil en la modelización y pronóstico de la volatilidad condicional. Permite capturar la dependencia de la volatilidad en función de los rezagos pasados de los errores al cuadrado, lo que es fundamental para comprender y predecir la dinámica de la volatilidad en las series de tiempo.

$$\begin{aligned}\sigma^2_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma^2_{t-1} \\ \sigma^2_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-i}^2 + \beta_1 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1 \sigma^2_{t-2}) \\ \sigma^2_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-i}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 \sigma^2_{t-2} \\ \sigma^2_t &= \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-i}^2 + \alpha_0 \beta_1 + \alpha_1 \beta_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1^2 (\alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-3}^2 + \beta_1 \sigma^2_{t-3}) \\ &\vdots \\ \sigma^2_t &= \frac{\alpha_0}{1 - \beta_1} + \alpha_1 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_{t-1-i}^2 \beta_1^i\end{aligned}$$

En el ámbito financiero, el tipo de cambio del peso mexicano es una variable clave que tiene un impacto significativo en la economía de México. La volatilidad del tipo de cambio puede generar incertidumbre y afectar tanto a los inversores como a las decisiones de política económica. En este estudio, se presenta la estimación de un modelo ARCH y un modelo GARCH simétrico para analizar la volatilidad condicional del tipo de cambio FIX del peso mexicano.

Como ya se ha mencionado en el capítulo 4.2.2, la estimación de los modelos mencionados se efectúa, prestando atención especialmente en el quiebre estructural presentado en el año 2014, ya que ha sido un año inmerso en varios factores disruptivos, no favorables a nivel mundial, que desarrollaron en un panorama económico perjudicial para la economía mexicana.

Figura 4.10. Resumen de estimación sobre modelos ARCH y GARCH

	ARCH	GARCH
Constante	0.193674 *** (0.001493)	0.0026 *** (0.000233)
α	0.240389 *** (0.008514)	0.058661 *** (0.001934)
β	- -	0.929815 *** (0.002502)
Dummy	0.128246 *** (0.004434)	0.00352 *** (0.00037)
AIC	1.563952	1.372769
BIC	1.568095	1.377741
HQC	1.565365	1.374465
Log Likelihood	-6646.486	-5832.386

()- Error Estándar
 *Indica significancia al 10%, **Indica significancia al 5% y ***Indica significancia al 1%.

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

Dentro de los modelos ARCH, la variable “dummy” captura la volatilidad después del quiebre estructural de noviembre del 2014, se observa que en ambos modelos esta variable es estadísticamente significativa, por lo que se confirma la existencia del quiebre estructural. Además, ambos modelos cumplen con la condición de la estabilidad de volatilidad, esta condición se valida cuando $\alpha + \beta < 1$. Al tener los dos modelos con variables estadísticamente significativas, se procede a hacer la comparación de los criterios de información entre ambos modelos y se deduce que el modelo GARCH resulta ser mejor. Esto hace sentido, ya que el modelo GARCH es una interpretación ampliada de un modelo ARCH.

4.4.1 Distribución Normal, t-Student, y Distribución de Errores Generalizados.

Otro punto por destacar en la estimación de los modelos GARCH es la distribución que presentan sus errores como: la normal (gausiana), t-student y distribución de errores generalizados (GED).

Su correcta identificación permite capturar las características específicas de la volatilidad en los datos de series de tiempo del tipo de cambio FIX. La distribución normal es ampliamente utilizada en modelos GARCH debido a su simplicidad y facilidad de implementación. Sin embargo, se ha demostrado que la distribución normal no siempre captura adecuadamente la naturaleza asimétrica y las colas gruesas presentes en los rendimientos financieros. A pesar de sus limitaciones, la distribución normal sigue siendo útil como punto de partida en la estimación de modelos GARCH (Bollerslev, 1986; Nelson, 1991).

Por su parte, la distribución “*t-student*” es una opción popular para modelar la volatilidad en series de tiempo financiera debido a su capacidad para capturar asimetría y colas gruesas. Esta distribución permite una mayor flexibilidad en la modelización de eventos extremos y la incertidumbre en los datos del tipo de cambio. Varios estudios han mostrado que los modelos GARCH con distribución t-student pueden mejorar la precisión de las predicciones de volatilidad en comparación con los modelos GARCH con distribución normal (Bollerslev, 1986; Nelson, 1991; Zakoian, 1994). Finalmente, la distribución de errores generalizados (GED) es una distribución flexible que permite un mejor ajuste a los datos que la distribución normal y la t-student en ciertos escenarios. La elección de la distribución GED en los modelos GARCH puede mejorar la precisión de las estimaciones y pronósticos de la volatilidad (Glosten et al., 1993). A continuación, se muestra el modelo GARCH univariado con las diferentes distribuciones para determinar el modelo óptimo.

Figura 4.11. Resumen de estimación sobre modelos GARCH univariados con distribuciones Normal, T-Student, GED

	GARCH		
	Normal	t-Student	GED
Constante	0.0026 *** (0.000233)	1.171434 (14.80727)	0.315957 *** (0.058507)
α	0.058661 *** (0.001934)	18.0184 (227.6909)	0.361092 *** (0.073256)
β	0.929815 *** (0.002502)	0.948184 *** (0.004941)	0.615571 *** (0.065695)
Dummy	0.00352 *** (0.00037)	0.565227 (7.146805)	-0.041848 *** (0.022105)
AIC	1.372769	1.162471	-5.608169
BIC	1.377741	1.168272	-5.602368
HQC	1.374465	1.164451	-5.60619
Log Likelihood	-5832.386	-4936.991	23858.54

()- Error Estándar
 *Indica significancia al 10%, **Indica significancia al 5% y ***Indica significancia al 1%.

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

Derivado de los resultados obtenidos por los modelos, se descarta el modelo GARCH con distribución t-student, al no presentar variables estadísticamente significativas y no cumplir con la condición de estabilidad de volatilidad. Por otro lado, los modelos restantes cumplen con los parámetros requeridos para considerarlos como óptimos, siendo los criterios de información la única forma de determinar el mejor modelo. Siendo la estructura GARCH con distribución GED el que proporciona un mejor ajuste.

El desarrollo de modelos GARCH asimétricos es de suma importancia en el análisis de series de tiempo, específicamente para identificar y modelar la respuesta asimétrica de la volatilidad del tipo de cambio a diferentes eventos y condiciones económicas. Estos modelos permiten capturar de manera más precisa y realista el comportamiento de la volatilidad, especialmente en mercados financieros que exhiben patrones de volatilidad asimétrica.

4.4.2 Pruebas de Asimetría para los modelos de volatilidad condicional

Las pruebas de asimetría desempeñan un papel crucial, ya que permiten identificar y modelar la presencia de asimetría en la distribución de los datos. Una prueba de asimetría ampliamente utilizada es la desarrollada por Engle y Ng (1993), que proporciona una herramienta eficaz para detectar y cuantificar la asimetría en los datos financieros. Se basa en la relación entre las noticias y la volatilidad en los mercados financieros. La prueba propuesta permite identificar si las noticias tienen un impacto asimétrico en la volatilidad de los rendimientos. Este enfoque es de gran importancia para comprender cómo las noticias y los eventos específicos pueden afectar de manera desigual la volatilidad en los mercados cambiarios. En la siguiente tabla se desarrolla la prueba de asimetría para el modelo especificado.

Figura 4.12 Pruebas de Asimetría para los modelos de volatilidad condicional

Engle-Ng Sign-Bias Test				
Null Hypothesis: No leverage effects in standardized residuals				
	t-Statistic	Prob.		
Sign-Bias	-2.461481	0.0139		
Negative-Bias	-0.734496	0.4627		
Positive-Bias	2.889583	0.0039		
Joint-Bias	23.89705	0.0000		
Test Equation				
Dependent Variable: RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 07/03/23 Time: 23:59				
Sample (adjusted): 3 8507				
Included observations: 8505 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.027750	0.044217	23.24314	0.0000
SMINUS(-1)	-0.170344	0.069204	-2.461481	0.0139
SMINUS(-1)*RESID(-	-0.070325	0.095746	-0.734496	0.4627
SPLUS(-1)*RESID(-1)	0.221844	0.076774	2.889583	0.0039
R-squared	0.002803	Mean dependent var	0.999656	
Adjusted R-squared	0.002451	S.D. dependent var	2.542337	
S.E. of regression	2.539219	Akaike info criterion	4.702060	
Sum squared resid	54811.33	Schwarz criterion	4.705375	
Log likelihood	-19991.51	Hannan-Quinn criter.	4.703192	
F-statistic	7.965682	Durbin-Watson stat	2.005684	
Prob(F-statistic)	0.000027			

(Elaboración propia en Eviews)

Los resultados de la prueba revelan que existe un efecto apalancamiento dado que los valores positivos tienen un mayor impacto respecto a los valores negativos, agregando que los valores negativos no son estadísticamente significativos. El dominio de los valores positivos afecta

directamente a la variabilidad de la varianza para impactos positivos dentro del modelo. Dentro del contexto del tipo de cambio y sabiendo que los choques positivos tienen un mayor impacto dentro del modelo, se interpreta que una apreciación del dólar frente al peso mexicano tiene una mayor relevancia frente a la depreciación del dólar frente al peso mexicano.

En el artículo clásico de Black (1976) introdujo el concepto de efecto de apalancamiento en los precios de las acciones y su relación con la volatilidad. Si se extiende este concepto al tipo de cambio, se puede inferir que cambios negativos en el tipo de cambio pueden tener un mayor impacto en la volatilidad que cambios positivos. La presencia de un efecto apalancamiento en un modelo de volatilidad condicional GARCH para el rendimiento del tipo de cambio, muestra la relación asimétrica entre los cambios negativos y positivos en la volatilidad correspondiente. Esto implica que los aumentos del tipo de cambio nominal tienden a incrementar la volatilidad de manera más pronunciada que los decrementos equivalentes en el tipo de cambio.

Esta interpretación se basa en la idea de que las malas noticias o los eventos adversos tienen un impacto más fuerte en la volatilidad que las buenas noticias o los eventos favorables. El efecto apalancamiento indica que los cambios negativos en el tipo de cambio, como una depreciación brusca de la moneda (aumento del valor nominal), generan una mayor incertidumbre en comparación con los cambios positivos equivalentes, como una apreciación del tipo de cambio (disminución en su valor nominal). Esta interpretación es consistente con la teoría financiera que sugiere que los inversores son más sensibles a las pérdidas que a las ganancias, lo que resulta en una respuesta asimétrica de la volatilidad. En la siguiente tabla se presentan los modelos GARCH asimétricos, así como el coeficiente asociado al término de efecto apalancamiento que captura esta relación asimétrica.

Figura 4.13. Resumen de estimación sobre modelos GARCH asimétricos

	GJR-GARCH			EGARCH		
	Normal	t-Student	GED	Normal	t-Student	GED
Constante	0.002591 *** (0.000213)	1.259362 (12.43562)	0.560379 *** (0.159595)	-0.084506 *** (0.00317)	4.553692 (3.664308)	-0.371388 ** (0.120239)
α	0.076992 *** (0.002852)	29.02765 (286.5611)	0.47779 *** (0.165915)	0.099616 *** (0.003427)	12.26164 (21.45827)	0.137025 ** (0.066665)
β	0.935599 *** (0.002331)	0.951851 *** (0.004532)	0.754172 *** (0.065642)	0.988612 *** (0.000809)	-0.04725 * (0.028711)	-0.293431 (0.360731)
γ	-0.051903 *** (0.003170)	-24.81922 (244.9628)	0.209274 (0.250949)	0.054884 *** (0.002391)	1.322184 (2.359365)	0.035676 (0.050212)
Dummy	0.003417 *** (0.000335)	0.628178 (6.206255)	0.154979 ** (0.068722)	0.009521 *** (0.000904)	0.545544 *** (0.052007)	0.797853 *** (0.234501)
AIC	1.363572	1.158313	-5.264787	1.373546	1.169391	-5.597905
BIC	1.369373	1.164942	-5.258158	1.379346	1.176021	-5.591276
HQC	1.365551	1.160575	-5.262525	1.375525	1.171654	-5.595643
Log Likelihood	-5792.272	-4918.306	22399.14	-5834.691	-4965.422	23815.89

()- Error Estándar
 *Indica significancia al 10%, **Indica significancia al 5% y ***Indica significancia al 1%.

(Elaboración propia con datos obtenidos en Eviews)

En estos modelos, solo el modelo GJR-GARCH y EGARCH, ambos con distribución normal pueden ser candidatos como mejor modelo, con todos sus coeficientes significativos estadísticamente. Aunque a priori el modelo GJR-GARCH pueda ser descartado por no cumplir la condición de volatilidad, Brooks (p. 405, 2008) establece que dentro de un efecto apalancamiento el valor de todos los coeficientes debe ser mayor a 0, pero en caso de que no se cumpla esta condición el modelo aún puede ser admisible si $\alpha + \gamma > 0$. Esto último valida el modelo GJR-GARCH y lo convierte en el mejor candidato ya que cuenta con un valor BIC menor que el de los demás modelos propuestos.

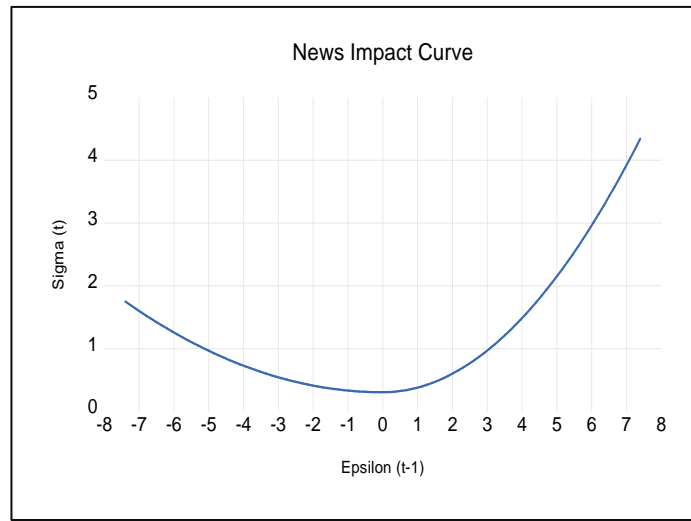
La estimación de parámetros utilizados en los modelos GJR-GARCH y E-GARCH de la tabla anterior fueron obtenidos mediante el método de máxima verosimilitud. Se trata de un método estadístico que busca encontrar los valores de los parámetros del modelo que maximizan la probabilidad de estimar los datos observados. En el caso de los modelos GARCH asimétricos, se busca capturar la asimetría en la volatilidad, es decir, la respuesta diferencial de la volatilidad ante cambios positivos y negativos en la volatilidad del tipo de cambio. Esto se logra mediante la inclusión de términos de efecto apalancamiento en el modelo, que capturan el impacto asimétrico

de los cambios en el valor de la variable en estudio. Ahora bien, de acuerdo con Enders (2015) existen diferentes técnicas numéricas para maximizar la función de verosimilitud, como el algoritmo de Newton-Raphson o el método de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS). Este último es el que se utilizó para estimar de manera más eficiente los parámetros del modelo GARCH asimétrico.

4.4.3 Curvas de impacto y la dinámica de la volatilidad condicional

Una representación gráfica del grado de asimetría de la volatilidad del tipo de cambio frente a choques positivos y negativos se presenta mediante la curva de impacto de noticias introducida por Pagan y Schwert (1990). La curva de impacto de noticias traza la volatilidad del próximo período (σ^2_t) que surgiría a partir de varios valores positivos y negativos de ε_{t-1} , dados los modelos estimados. Las curvas se dibujan utilizando la ecuación de varianza condicional estimada para el modelo en consideración, con sus estimaciones de coeficientes, y con la varianza condicional rezagada establecida en la varianza incondicional. Luego, se utilizan valores sucesivos de ε_{t-1} en la ecuación para determinar cuáles serían los valores correspondientes de σ^2_t derivados del modelo. Por ejemplo, consideremos las estimaciones del modelo GJR-GARCH con distribución normal. Se sustituyen valores de ε_{t-1} en el rango (-1, +1) en las ecuaciones en cada caso para investigar el impacto en la varianza condicional durante el próximo período. Las curvas resultantes de impacto de noticias para el modelo GJR-GARCH se muestra en la figura 4.14.

Figura 4.14. Curvas de impacto



(Elaboración propia en Eviews)

Impactos positivos:

$$h_t = 0.002591 + (0.76992 * (1.0 * 01.0)) + 0.935599 * (1.0) + 0.003417 = 1.711506$$

Impactos negativos:

$$h_t = 0.002591 + (0.76992 * (1.0 * 01.0)) + 0.935599 * (1.0) - 0.051903 + 0.003417 = 1.711506 = 1.659603$$

Al analizar la representación gráfica del impacto de las noticias del modelo GJR-GARCH, se hace evidente una tendencia destacada: las noticias de carácter positivo tienen un impacto significativamente mayor en un período de tiempo específico en comparación con las noticias negativas.

Figura 4.15 Prueba de Efectos ARCH sobre modelo GJR-GARCH

Heteroskedasticity Test: ARCH				
F-statistic	1.728186	Prob. F(4,8497)	0.1407	
Obs*R-squared	6.911189	Prob. Chi-Square(4)	0.1407	
Test Equation:				
Dependent Variable: WGT_RESID^2				
Method: Least Squares				
Date: 07/04/23 Time: 15:57				
Sample (adjusted): 1/07/2000 6/28/2023				
Included observations: 8502 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.989802	0.035360	27.99176	0.0000
WGT_RESID^2(-1)	0.014376	0.010847	1.325383	0.1851
WGT_RESID^2(-2)	0.016715	0.010847	1.540986	0.1234
WGT_RESID^2(-3)	-0.003807	0.010847	-0.351007	0.7256
WGT_RESID^2(-4)	-0.017743	0.010846	-1.635951	0.1019
R-squared	0.000813	Mean dependent var	0.999336	
Adjusted R-squared	0.000343	S.D. dependent var	2.603080	
S.E. of regression	2.602635	Akaike info criterion	4.751514	
Sum squared resid	57556.19	Schwarz criterion	4.755658	
Log likelihood	-20193.68	Hannan-Quinn criter.	4.752928	
F-statistic	1.728186	Durbin-Watson stat	2.000771	
Prob(F-statistic)	0.140681			

(Elaboración propia en Eviews)

La prueba de efectos ARCH llevada a cabo en el contexto del modelo GJR-GARCH, utilizando una distribución normal, ha arrojado resultados que no alcanzan significancia estadística. Esta falta de significancia en los valores obtenidos conduce a la aceptación de la hipótesis nula en la prueba de efectos ARCH. En otras palabras, no se encontraron indicios de que los efectos ARCH, que representan la heterocedasticidad condicional autorregresiva, estén presentes en el modelo final.

4.5 Resumen de los resultados

Este estudio proporciona una perspectiva valiosa sobre la dinámica del tipo de cambio en México, centrándose en el periodo analizado y los eventos económicos relevantes. El uso de modelos GARCH y análisis estadístico avanzado ofrece herramientas fundamentales para comprender y prever la volatilidad en el tipo de cambio, lo cual es de gran interés para inversores y decisiones

financieras. A continuación, se desglosa el análisis en relación con el contexto económico y el tipo de cambio en México durante los últimos años:

Comportamiento del Tipo de Cambio

El análisis detallado del comportamiento del tipo de cambio revela una tendencia distintiva de seguir una caminata aleatoria, indicando que las variaciones en su valor son esencialmente impredecibles y no están sujetas a patrones específicos. Este patrón aleatorio implica que las fluctuaciones en el tipo de cambio no muestran una dirección predeterminada y, por lo tanto, pueden responder a una variedad de factores económicos, financieros y geopolíticos de manera imprevisible. Sin embargo, es crucial destacar que a lo largo del periodo bajo consideración, se observaron momentos de cambio más notables en los años 2008, 2014, 2017 y 2020. Estos puntos de inflexión sugieren una posible vinculación con eventos económicos significativos que podrían haber influido en la dinámica del mercado de divisas. La identificación de estos momentos clave es fundamental para comprender mejor las fuerzas subyacentes que afectan al tipo de cambio y, por ende, proporciona información valiosa para la formulación de estrategias financieras, toma de decisiones empresariales y la gestión de riesgos asociados a la volatilidad cambiaria. Además, explorar los eventos económicos específicos que coinciden con estos cambios podría brindar una visión más precisa de las influencias externas que impactan en la estabilidad y la dirección del tipo de cambio en diferentes periodos.

Impacto de Eventos Internacionales

En el año 2014, el escenario económico global experimentó marcados cambios que desencadenaron repercusiones significativas en diversos aspectos, siendo dos de los factores preeminentes la disminución del precio del petróleo y la apreciación del dólar estadounidense. La brusca caída en los precios del petróleo, atribuida en parte a un exceso de oferta y a la desaceleración económica mundial, impactó directamente en las economías dependientes de los ingresos provenientes de la exportación de hidrocarburos, como es el caso de México. Por otro lado, la apreciación del dólar generó un cambio en los flujos de capital y en la dinámica de las transacciones comerciales, afectando particularmente a las monedas de los países emergentes. Estos dos eventos combinados se convirtieron en factores clave que desencadenaron un aumento sustancial en la volatilidad de los mercados financieros a nivel mundial, incluyendo la volatilidad

en el tipo de cambio en México. La correlación entre la caída de los precios del petróleo, el fortalecimiento del dólar y la volatilidad cambiaria en el contexto mexicano subraya la interconexión de las economías globales y destaca la importancia de comprender los eventos internacionales al analizar los movimientos en el mercado cambiario de un país. Este análisis permite contextualizar las fluctuaciones observadas en el tipo de cambio, proporcionando una visión más completa y fundamentada de los factores que impulsan la volatilidad en la economía mexicana en un contexto globalizado.

Identificación de Cambios Estructurales

La exploración de la posibilidad de un cambio estructural en la serie de datos es un enfoque analítico esencial para comprender la dinámica del mercado y cómo este responde a eventos económicos significativos. La utilización de una variable dicotómica para dividir la serie temporal en períodos antes y después de eventos específicos permite una evaluación más detallada de la volatilidad y, por ende, de la adaptación del mercado a circunstancias particulares. Esta técnica no solo identifica los momentos exactos en los que se producen los cambios estructurales, sino que también destaca las diferencias en la variabilidad antes y después de dichos eventos. Este enfoque contribuye a una comprensión más profunda de la capacidad del mercado para ajustarse a perturbaciones económicas y a la percepción del riesgo en diferentes etapas temporales. Asimismo, ofrece una valiosa herramienta para los analistas y actuarios al evaluar la efectividad de las políticas económicas implementadas en respuesta a eventos específicos, permitiendo la identificación de patrones y la formulación de estrategias más efectivas ante situaciones similares en el futuro. En definitiva, el análisis de cambios estructurales a través de variables dicotómicas brinda una perspectiva enriquecedora sobre la adaptabilidad del mercado financiero frente a eventos clave, aportando información crucial para la toma de decisiones informadas.

Selección del Modelo Óptimo

La elección del modelo GARCH con distribución Generalized Error Distribution (GED) se sustenta en criterios estadísticos robustos, que garantizan una representación precisa y eficaz de la volatilidad condicional asociada al tipo de cambio FIX frente a eventos económicos. La selección de un modelo GARCH proporciona una estructura flexible que permite capturar las variaciones en la volatilidad a lo largo del tiempo, lo que es esencial en un entorno financiero caracterizado por

su dinamismo y la influencia de múltiples factores. La distribución GED, al ser una generalización de la distribución normal, ofrece mayor flexibilidad al modelar colas más pesadas, lo que resulta particularmente valioso cuando se enfrenta a eventos extremos o inesperados que pueden influir significativamente en la volatilidad del tipo de cambio. Este enfoque estadístico sólido no solo mejora la capacidad del modelo para explicar los movimientos en la volatilidad, sino que también contribuye a la precisión en la evaluación de riesgos y a la formulación de estrategias más efectivas en los mercados financieros. Además, al utilizar la distribución GED, se reconoce la importancia de capturar la complejidad inherente de los datos financieros, permitiendo así una representación más fiel de la variabilidad condicional del tipo de cambio.

Asimetría en la Respuesta a Noticias

La observación de asimetría en la respuesta a noticias positivas y negativas, particularmente evidente en el modelo GJR-GARCH, revela una dimensión esencial en la dinámica del mercado financiero. Este fenómeno sugiere que las reacciones de volatilidad no son simétricas frente a eventos de signo opuesto, lo que puede tener implicaciones significativas para inversores y tomadores de decisiones financieras. El modelo GJR-GARCH, al incorporar la componente asimétrica, ofrece una herramienta analítica más refinada para capturar la variabilidad condicional en momentos clave del mercado. Este hallazgo es crucial para inversores que buscan comprender cómo el mercado se comporta de manera desigual frente a diversas contingencias económicas. Por ejemplo, podría indicar que las respuestas ante noticias negativas generan mayores niveles de incertidumbre y volatilidad en comparación con las noticias positivas. Esta comprensión asimétrica de la reacción del mercado proporciona una ventaja estratégica, permitiendo a los inversores ajustar sus estrategias de gestión de riesgos y decisiones de inversión de manera más precisa en función de la naturaleza de las noticias. En última instancia, la identificación de la asimetría en la respuesta del mercado enriquece la capacidad de los agentes financieros para anticipar y mitigar los riesgos en un entorno económico dinámico y volátil.

Ausencia de Heterocedasticidad Condicional Autorregresiva

A pesar de que la prueba ARCH no arroja resultados estadísticamente significativos, lo que apunta a la ausencia de heterocedasticidad condicional autorregresiva en la serie de datos, es esencial considerar que la elección del modelo GJR-GARCH persiste con un respaldo sustancial

proveniente de otros criterios analíticos. En la evaluación de modelos econométricos, es crucial reconocer que los resultados de una única prueba no deben considerarse de manera aislada, ya que diversos factores pueden influir en la robustez de los resultados. Los criterios adicionales que respaldan la elección del modelo GJR-GARCH pueden incluir la capacidad del modelo para capturar patrones asimétricos de volatilidad, una propiedad crucial en la modelación de respuestas desiguales ante noticias positivas y negativas.

Además, la flexibilidad inherente al modelo GJR-GARCH para ajustarse a cambios estructurales en la volatilidad lo convierte en una opción valiosa, ya que permite capturar complejidades no detectadas por una prueba específica. Por lo tanto, la elección de este modelo se apoya en la consideración integral de diversos criterios analíticos, reconociendo su capacidad para adaptarse a la dinámica de la serie de datos y su idoneidad para modelar la variabilidad condicional en presencia de eventos específicos que pueden no ser completamente capturados por pruebas unidimensionales. En conclusión, este estudio ofrece una comprensión profunda de la volatilidad en el tipo de cambio en México, destacando la importancia de eventos internacionales y la utilidad de modelos GARCH para la toma de decisiones informadas. Inversionistas y analistas pueden beneficiarse al considerar estos resultados al evaluar riesgos y oportunidades en el mercado cambiario mexicano.

4.6 Conclusiones

La literatura sobre la volatilidad cambiaria es extensa y variada. Uno de los modelos más ampliamente utilizados para su estimación es el modelo ARCH propuesto por Engle (1982), debido a su simplicidad y eficiencia. El modelo GARCH, una versión generalizada del modelo ARCH, también es reconocido como opción más precisa para el análisis de los rendimientos del tipo de cambio, ya que captura su comportamiento de manera eficiente. Además, al agregar variables dummy que capturen los quiebres estructurales, así como los términos para los efectos asimétricos y el ajuste de la distribución adecuada de los errores, se puede mejorar el poder de análisis del modelo. Sin embargo, a pesar de que se ha investigado ampliamente, aún no existe un consenso común sobre qué modelo proporciona el mejor desempeño.

El modelo ARCH propuesto por Engle ha sido ampliamente adoptado debido a su facilidad de implementación y eficiencia computacional. Este modelo asume que la varianza condicional de

una serie de tiempo depende de los errores pasados. Sin embargo, para capturar características más complejas de las series financieras, se ha desarrollado el modelo GARCH, que permite una mayor flexibilidad al incluir términos adicionales en la ecuación de varianza condicional. Estos términos pueden capturar efectos asimétricos, donde los impactos de los choques o noticias positivas (como una apreciación) y negativas (como una devaluación) pueden ser diferentes, y donde la magnitud de los choques también afecta la volatilidad.

A pesar de la popularidad del modelo GARCH y sus extensiones, no hay consenso sobre cuál modelo proporciona el mejor rendimiento en todos los casos. Diferentes estudios han presentado resultados diferentes, lo que ha llevado a la falta de un consenso general en la literatura. Algunos estudios han encontrado que el modelo GARCH tiene un buen ajuste para los rendimientos del tipo de cambio FIX, mientras que otros han sugerido que modelos alternativos, como el EGARCH (Exponential GARCH) o el TGARCH (Threshold GARCH), pueden ser más apropiados en ciertos contextos.

El objetivo general de esta tesis ha sido la búsqueda de un modelo único que pueda describir de manera eficiente el comportamiento de los rendimientos del tipo de cambio FIX de México en las últimas dos décadas. En este estudio, se analiza y comparan las propiedades de los modelos GARCH simétricos y asimétricos mediante el análisis de las series de tipo de cambio diario de 1 de enero de 2000 al 28 de junio de 2023. Se evalúan los modelos ARCH, GARCH GJR-GARCH y EGARCH asumiendo distribuciones normales y de colas pesadas, así como el efecto de un quiebre estructural en noviembre de 2014. Los resultados muestran que se pueden lograr mejoras significativas al utilizar el modelo GARCH asimétrico en la varianza condicional.

Otro aspecto sobresaliente es que las distribuciones no gaussianas proporcionan, en algunos casos, un mejor ajuste, especialmente la distribución de errores generalizados (GED). Por lo tanto, los resultados indican que el modelo MA(1)-GJR-GARCH(1,1) y el modelo MA(1)-EGARCH(1,1) es satisfactorio para la variable en estudio. Por otro lado, en cada uno de los modelos para el rendimiento de la divisa estudiada se encontró que la persistencia se reduce. Los hallazgos muestran que los choques positivos presentan un mayor impacto cuando se les compara con los choques negativos que impactan sobre el rendimiento del tipo de cambio FIX.

Cabe mencionar que al emplear datos diarios se pudo contar con 8506 observaciones que permiten capturar de manera más precisa las fluctuaciones intradías y las reacciones inmediatas a los eventos del mercado. Los movimientos diarios del tipo de cambio pueden estar influenciados por factores económicos, políticos o eventos específicos que pueden pasar desapercibidos si se utiliza una frecuencia más baja de datos. Al utilizar datos diarios, se obtiene una mayor resolución temporal, lo que brinda una visión más detallada de la volatilidad y permite capturar cambios rápidos en su dinámica. Por otro lado, los datos diarios permiten capturar mejor la persistencia y la autocorrelación en la volatilidad, lo que lleva a estimaciones más precisas de los parámetros del modelo GARCH.

Una limitación de este trabajo de tesis es el uso de solo dos versiones de modelos de la familia GARCH asimétrica (GJR-GARCH y E-GARCH). Esta limitación particular surge debido a que utilizar todos los tipos de modelos GARCH sería demasiado extenso para este trabajo. No obstante, es posible que otros modelos también proporcionen un buen ajuste. Por lo tanto, un papel importante en investigaciones futuras será analizar otros tipos de modelos GARCH que puedan mejorar el ajuste de las series de rendimiento de tipo de cambio FIX, e inclusive poder estimar modelos GARCH multivariados. Otra cuestión interesante para analizar sería desarrollar el procedimiento para diferentes periodicidades, principalmente mensuales y trimestrales, pues es posible que se obtengan resultados diferentes.

La selección adecuada del modelo GARCH es fundamental para garantizar que se estén considerando todas las características relevantes de la serie de rendimientos y de la volatilidad (Smith y Bracker, 1999). Al considerar diferentes versiones de modelos GARCH, como EGARCH y TGARCH, se pueden capturar diferentes aspectos de la volatilidad, como la asimetría, las colas pesadas o la persistencia (Bollerslev et al., 2016). Por lo tanto, explorar otras variantes de modelos GARCH, de periodicidades y de técnicas de segmentación de datos (más de un quiebre estructural), podría enriquecer aún más el análisis y proporcionar una comprensión más completa de la dinámica de la volatilidad del tipo de cambio.

Referencias

- Abdullah, Siddiqua, Hossain Siddiquee y Hossain (2017) <https://jfin-swufe.springeropen.com/articles/10.1186/s40854-017-0071-z>
- Acosta, J., Cano, R., García, G., Palacios, O., San Martín A., y Tapia C. (2023). Instrumentación de las operaciones monetarias, cambiarias y de administración de reservas del Banco de México. Ciudad de México: Dirección General de Operaciones de Banca Central.
- Andrews, D., W., K., (1993). Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point. *Econometrica*, 61(4), 821-856.
- Avilés Ochoa, E., y Flores M. (2021). Comparison of the GARCH and stochastic models: An application to the Mexican peso-us dollar exchange rate. *Contaduría y administración*, 66(2), 00013. Epub 11 de octubre de 2021
- Baba, Y. Engle, R. Kraft, D. y Kroner, K. (1990). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. Mimeo, Department of Economics, University of California, San Diego.
- Baillie, R. T., y Bollerslev, T. (1994). The long memory of the forward premium. *Journal of International Money and Finance*, 13(5), 565-571.
- Balassa, B. (1964). The Purchasing-Power Parity Doctrine: A Reappraisal. Volumen 72. *Journal of Political Economy*, 584–596
- Baltagi, B. H. (2019). *Econometric analysis of panel data* (6th ed.). John Wiley & Sons.
- Banco de México (1976). Informe Anual. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-anuales/%7B220FA58C-E367-7755-62E3-EDC8839EA951%7D.pdf>
- _____ (1982). Informe Anual. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-anuales/%7B367D6249-2AEB-AABA-DD9F-B815A3ADE636%7D.pdf>

_____ (1985). Informe Anual. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-anuales/%7BD909961C-5E33-6F21-9794-C76F5BE5354B%7D.pdf>

_____ (2009). Informe trimestral (2016). Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-trimestrales/%7B3568168E-C7E3-975C-DDF1-135A898D1A3A%7D.pdf>

_____ (2009). Regímenes Cambiarios en México a Partir de 1954. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/mercados/d/%7BC260B142-835E-2F6B-D7BD-3C9E182BB8B9%7D.pdf>

_____ (2015). Informe Trimestral, Octubre-Diciembre 2014. Recuperado de: <https://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-prensa/informes-trimestrales/%7BE76E04A5-6E6A-5601-A1A8-F517465D509F%7D.pdf>

Benavides G. (2006). Pronósticos de Volatilidad del Tipo de Cambio Peso Mexicano - Dólar: Un Análisis Empírico de Modelos GARCH, Volatilidad Implícita de Opciones y Modelos Compuestos, Banco de México, Documento de Investigación no. 2006-4.

Benavides, G. y C. Capistrán (2009). Una nota sobre las volatilidades de la tasa de interés y del tipo de cambio según diferentes instrumentos de política monetaria: México, 1998-2008, Banco de México, Documento de Investigación no. 2009-10.

Benavides, G., Téllez-León, I. E., y Venegas-Martínez, F. (2015). Efectos de la volatilidad del tipo de cambio sobre las expectativas de inflación y las perspectivas de crecimiento en México (2002-2014), Ensayos Revista De Economía, 34(2), 63–78.

Black, F. (1976). Studies of Stock Price Volatility Changes. Proceedings of the 1976 Meetings of the American Statistical Association, Business and Economic Statistics Section, 177-181.

Blanchard O. y Ostry J., D. (2012). The multilateral approach to capital controls. VOX EU. URL:<https://cepr.org/voxeu/columns/multilateral-approach-capital-controls>

Bolleslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. Journal of Econometrics [J]. Journal of Econometric, 31, 307–327.

_____, T. (1987). A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *The Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542-547.

Bollerslev, T., Patton, A. J., y Quaedvlieg, R. (2016). Modeling and forecasting (un) bounded volatility. *Journal of Econometrics*, 192(2), 365-378.

Box, G. E. P., Jenkins, G. M., Reinsel, G. C., y Ljung, G. M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control* (5th ed.). Wiley.

Brockwell, P. J., y Davis, R. A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting* (3rd ed.). Springer.

Brooks, C. (2019). *Introductory econometrics for finance* (4th ed.). Cambridge University Press.

Bryson, M. (1974) Heavy-Tailed Distributions: Properties and Tests. *Technometrics*, 16, 61-68.

Bush G. y G. López (2021). Uncertainty and exchange rate volatility: Evidence from Mexico, *International Review of Economics & Finance*, Volumen 75, 704-722.

____ (2019). *Uncertainty and Exchange Rate Volatility: The Case of Mexico*. Banco de México Working Papers No 2019-12.

Campbell, J. Y., Lo, A. W., y MacKinlay, A. C. (1997). *The Econometrics of Financial Markets*. Princeton University Press.

Campbell, S.D. y Diebold, F.X. (2005) Weather Forecasting for Weather Derivatives. *Journal of the American Statistical Association*, 100, 6-16.

Catão L., A., V. (2019). What Are Real Exchange Rates?, *Finance & Development*, 8(3), 42-43.

Chang, R. (2017). Repensando la intervención en el tipo de cambio. *Revista de economía*, 24(2), 31-46.

Chapoy Bonifaz, A. (2001). *El sistema monetario internacional*. Textos Breves de Economía. Universidad Nacional Autónoma de México, Instituto de Investigaciones Económicas, Miguel Ángel Porrúa, México. ISBN 970-701-151-3

Charemza, W. y Deadman, D. (1992) *New directions in econometric practice : general to specific modelling, cointegration, and vector autoregression*. Aldershot: Edward Elgar Publishing.

Chatfield, C. (2004). *The analysis of time series: An introduction* (6th ed.). Chapman & Hall/CRC.

Chen, H., Zhang, J., Tao, Y., y Tan, F. (2019). Asymmetric GARCH type models for asymmetric volatility characteristics analysis and wind power forecasting. *Protection and Control of Modern Power Systems*, 4(1), 1-11.

Cheung, Y.-W., y Ng, L. K. (1992). Stock Price Dynamics and Firm Size: An Empirical Investigation. *The Journal of Finance*, 47(5), 1985–1997.

Chow, G. C. (1960). Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. *Econometrica*, 28(3), 591-605.

Christie, A.A. (1982) The Stochastic Behavior of Common Stock Variances—Value, Leverage and Interest Rate Effects. *Journal of Financial Economics*, 10, 407-432.

Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Institute of Physics Publishing, Quantitative Finance, Volume 1*, 223-236.

Cortez, K. y Rodríguez, M..P. (2009). Caos e intervención cambiaria en países emergentes: el caso de México y Chile. En *Administrando en entornos inciertos. XXIII Congreso Anual AEDEM* (1-15), Sevilla: ESIC.

Cowpertwait, P. y Metcalfe, A. (2009). *Introductory Time Series with R*. New York: Springer.

Cryer, J. y Chan, K. (2008). *Time Series Analysis: With Applications in R*. New York: Springer.

De Vries, C. y Leuven, K. (1994) Stylized Facts of Nominal Exchange Rate Returns. Paper 79. *Purdue CIBER Working Papers*.

Dickey, D. A., y Fuller, W. A. (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American statistical association*, 74(366a), 427-431.

Dornbusch, R. (1976). Expectations and Exchange Rate Dynamics. Volumen 84. *Journal of Political Economy*, 1161–1176.

Dufee, G. (1995) Stock returns and volatility A firm-level analysis. *Journal of Financial Economics*, 37(3), 399-420

Embrechts, P., Klüppelberg, C., y Mikosch, T. (1997). *Modeling Extremal Events for Insurance and Finance (Stochastic Modeling and Applied Probability)*. Springer.

Enders, W. (2015). *Applied Econometric Time Series*. Estados Unidos: Wiley.

Engle, R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.

Engle, R. F., y Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 55(2), 251-276.

Engle, R. F., y Kroner, K. F. (1995). Multivariate Simultaneous Generalized Arch. *Econometric Theory*, 11(1), 122–150.

Engle, R.F. y Ng, V.K. (1993). Measuring and Testing the Impact of News on Volatility. *Journal of Finance*, 48, 1749-1778.

Epaphra, M. (2017). Modeling Exchange Rate Volatility: Application of the GARCH and EGARCH Models. *Journal of Mathematical Finance*, 7, 121-143.

Francis Diebold (1988). Empirical modeling of Exchange Rate Dynamics, *Lecture Notes in Economics and Mathematical System*, No. 303 (Springer-Verlang, Berlin, 1988) pp. 143.

Franco, C. y Zakoian, J. (2010). *GARCH Models. Structure, Statistical Inference and Financial Applications*. Reino Unido: Wiley.

Frankel, J., y Saravelos, G. (2012). Can leading indicators asses country vulnerability? Evidence from the 2008-09 global financial crisis. *Journal of International Economics*, 87(2), 216-231.

Frenkel, J; Levich, R. "Covered Interest Arbitrage: Unexploited profits?". The Journal of Political Economy, Vol. 83, No. 2 (1975)

Gabilondo, C. (2019). Relación comercial entre México y Estados Unidos. Desde el Nafta hasta el USMCA.

Gabilondo, C. (2019). Relación comercial entre México y Estados Unidos. Desde el Nafta hasta el USMCA. Universidad Pontificia.

Galicia P., A., A., L., Coria y M., Flores (2018). Volatilidad estocástica del tipo de cambio, impacto y desequilibrios en la economía mexicana, Estocástica: Finanzas y Riesgo 8(1), 35-52.

Glosten, L., R., Jagannathan, R. y Runkle, D., E. (1993) On the Relation between the Expected Value and the Volatility of the Nominal Excess Return on Stocks. The Journal of Finance, 48, 1779-1801.

Gnedenko, B. V., (1969) The Theory of Probability, MIR Publisher, Moscú.

Gobierno de Mexico. (2019). Plan Nacional de desarrollo. Recuperado de: <https://framework-gb.cdn.gob.mx/landing/documentos/PND.pdf>

Gómez, M. y Rodríguez J., (2010). El Tipo de Cambio Real y los Regímenes Cambiarios en México Durante el Periodo 1954-2010. Estudios Económicos, vol. 27, núm. 1 (53), pp. 169-207.

González, M. (2011). Pronosticos: Metodología De Box-Jenkins. México: Facultad De Estudios Profesionales Acatlán.

González, R. (2014). Descontento de mercados por eventos políticos y sociales en México: Moody's. La Jornada. Recuperado de: <https://www.jornada.com.mx/2014/11/21/economia/028n2eco>

Grandes M., y H. Reisen (2005). Regímenes cambiarios y desempeño macroeconómico en Argentina, Brasil y México, Revista de la CEPAL, 86(2), 7-28.

Greene, W. H. (2018). Econometric analysis (8th ed.). Pearson.

Griffin, J. Stulz, R. (2001) International Competition and Exchange Rate Shocks: A Cross-Country Industry Analysis of Stock Returns. Volumen 14. The Review of Financial Studies, 215–241)

Gujarati, D. y Porter, D. (2009). Basic econometrics. New York: The McGraw-Hill Companies.

Hamilton, J. D. (1994). Time Series Analysis. Princeton University Press.

Hamzaoui, N., y Regaieg, B. (2016). The Glostén-Jagannathan-Runkle-Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedastic Approach to Investigating the Foreign Exchange Forward Premium Volatility. International Journal of Economics and Financial Issues, 6(4), 1608–1615.

Heij, C. de Boer, P. Hans, P. Kloek, T. y van Dijk, H. (2004). Econometric Methods with Applications in Business and Economics. New York: Oxford University Press.

Hyndman, R. J., y Athanasopoulos, G. (2018). Forecasting: principles and practice. OTexts.

International Monetary Fund. (2022). Annual Report on Exchange Arrangements and Exchange Restrictions (AREAER) 2022. Disponible en: <https://www.elibrary-areaer.imf.org/Pages/Home.aspx>

Kaminsky G. y S. Schmukler, (2008), Short-Run Pain, Long-Run Gain: Financial Liberalization and Stock Market Cycles, Review of Finance, 12, (2), 253-292

Kass, R. E., y Wasserman, L. (1995). A Reference Bayesian Test for Nested Hypotheses and its Relationship to the Schwarz Criterion. Journal of the American Statistical Association, 90(431), 928–934.

Liu, H., y Granger, C. W. (2004). A robust bootstrap test for the presence of a unit root in autoregressive models. Journal of Econometrics, 122(1), 81-108.

Ljung, G. M., y Box, G. E. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. Biometrika, 65(2), 297-303.

Lütkepohl, H. (2005). New Introduction to Multiple Time Series Analysis. Berlín: Springer.

Lütkepohl, H. y Krätzig, M. (2004). *Applied Time Series Econometrics*. New York: Cambridge University Press.

Mandelbrot, B. (1963) The Variation of Certain Speculative Prices. Volumen 36. *Journal of Business*, 394-419.

Mankiw, N. G. (2014). *Macroeconomía*. (8.^a ed.). Cengage Learning.

Mántey, G. (2011). La política de tasa de interés interbancaria y la inflación en México. *Investigación económica*, 70(277), 37-68.

Martínez Espinoza, M. I. (2021). La política social de la cuarta transformación en México. Un balance del primer año de gobierno de López Obrador. *Revista Española de Ciencia Política*

McLeod, A.I. y Li, W.K. (1983) Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations. *Journal of Time Series Analysis*, 4, 269-273.

Meese, R., y Rogoff, K. (1983). Empirical exchange rate models of the seventies. *Journal of International Economics*, 14, 3-24.

Mishkin, F. S. (2018). *Economics of money, banking and financial markets* (12th ed.). Pearson.

Morales, J., Velazquez, M., y Garcia, C. (2016). La depreciación del peso mexicano durante 2012-2015 y su efecto en el índice de precios y cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores. *Un Análisis Intersectorial. Economía Informa*(397), 105-121.

Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347-370.

Novales, A. (2013) Modelos ARCH univariantes y multivariantes. Departamento de Economía Cuantitativa, Universidad Complutense.

Nudelsman, S. (2017). Los regímenes cambiarios en América Latina. *Ensayos de Economía*, 27(51), 35-56.

Obstfeld, M., y Rogoff, K. (1995). "Exchange Rate Dynamics Redux." *Journal of Political Economy*.

Okamoto G. (2020). *Finanzas y desarrollo: publicación trimestral del Fondo Monetario Internacional y del Banco Mundial*, ISSN 0250-7447, 57(3), pp. 10-11

Omari, C., Mwita, P. y Waititu, A. (2017). Modeling USD/KES Exchange Rate Volatility using GARCH Models. *Journal of Economics and Finance*, 8(1), 15-26.

Ong, L. y Izan, H. (1999) Stocks and currencies: are they related?. Volumen 9. *Applied Financial Economics*, 523 – 32.

Ortega, O., Reynaldo, Y., y Somuano, M. (2015). El periodo presidencial de Felipe Calderón Hinojosa. *Foro internacional*, 55(1), 5-15.

Pagan, A., y Schwert, G. W. (1990). Alternative models for conditional stock volatility. *Journal of Econometrics*, 45(1-2), 267-290.

Patterson, K. (2000) *An Introduction to Applied Econometrics: A Time Series Approach*. Londres: Macmillan Press Ltd.

Polasek, W. y Ren, L. (1999). A Multivariate Garch Model For Exchange Rates In The Us, Germany And Japan. *Institute of Statistics and Econometrics University of Basel*.

Porras, H. E., y Fregoso, J. A. (2016). Modelado de los rendimientos cambiarios en países asiáticos y latinoamericanos: un enfoque GARCH. *Revista de Economía y Finanzas*, 23(1), 45-64.

Rozo B. y Carlos, A. (2016). *Capital especulativo y blindaje financiero en México*. Universidad Autónoma Metropolitana.

Sánchez, A. y Reyes, M. (2006). Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH. *Ciencia Ergo Sum*, 13(2), 149-156.

Sanchez.Armando., y Perrotini.H.(2020). *Precio del petróleo, los fundamentales y el tipo de cambio en México*. Epub ISSN

Schwartz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461-464.

Schwarz, G. (1978) Estimating the Dimension of a Model. *Annals of Statistics*, 6, 461-464.

Secretaria de Hacienda y Crédito Público. (2017) Informes sobre la situación económica, las finanzas públicas y la deuda pública. Recuperado de: https://www.finanzaspublicas.hacienda.gob.mx/work/models/Finanzas_Publicas/docs/congreso/infotrim/2021/ivt/01inf/itindc_202104.pdf

_____ (2019) Informes sobre la situación económica, las finanzas públicas y la deuda pública. Recuperado de: https://www.finanzaspublicas.hacienda.gob.mx/work/models/Finanzas_Publicas/docs/congreso/infotrim/2019/ivt/01inf/itindc_201904.pdf

_____ (2021) Informes sobre la situación económica, las finanzas públicas y la deuda pública. Recuperado de: https://www.finanzaspublicas.hacienda.gob.mx/work/models/Finanzas_Publicas/docs/congreso/infotrim/2021/ivt/01inf/itindc_202104.pdf

Shumway, R. H., y Stoffer, D. S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications: With R Examples* (4th ed.). Springer.

Smith, C. W., y Bracker, K. (1999). The relationship between risk and return in the UK stock market. *Journal of Banking & Finance*, 23(10), 1539-1554.

Stock, J. y Watson, M. (2012). *Introduction to Econometrics*. Estados Unidos: Prentice Hall

Sun, T. Research on Financial Market Risk Based on GARCH-M Model. Lanzhou University of Technology School of Economics and Management.

Suriani, S. Kumar, M. D. Jamil, F. Muneer, S. (2015). Impact of Exchange Rate on Stock Market. Volumen 5. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 385-388.

Tsay, R. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (3a ed.). New Jersey: Wiley.

Tsay, R. (2012). *An Introduction To Analysis Of Financial Data With R*. New Jersey: Wiley.

Tsay, R. S. (2014). *Multivariate time series analysis: with R and financial applications* (2nd ed.). John Wiley & Sons.

White, H. (1980). A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica*, 48(4), 817-838.

Wooldridge, J. M. (2010). *Econometric analysis of cross section and panel data* (2nd ed.). MIT Press.

Zakoian, J., M. (1994) Threshold Heteroskedastic Models. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 18, 931-955.

Zivot, E., y Andrews, D. W. K. (1992). Further evidence on the great crash, the oil-price shock, and the unit-root hypothesis. *Journal of Business & Economic Statistics*, 10(3), 251-270.